أساليب تدريس الرياضيات

عبد الكريم موسى فرج الله

1 5 % 08

8 MATHEMATICS = 3

3 Σ 4

8 ∞ 8 √

اليازوري
www.yazori.com

CARL SEBASTIAN

ϖ 6 3 8 5

أساليب تدريس
الرياضيات

أساليب تدريس الرياضيات

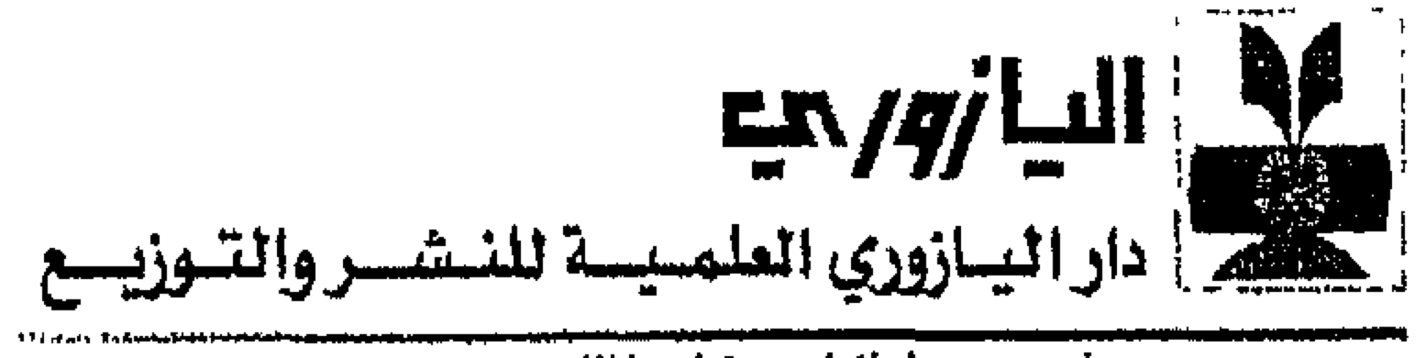
عبد الكريم موسى فرج الله

أساليب تدريس الرياضيات

عبد الكريم موسى فرج الله

رقم الإيدع 2013/5/1499

الطبعة العربية 2014



عمان - وسط البلد - شارع الملك حسين

هاتف: 4626626 6 962+ تلفاكس: 4185 461 6 962+

ص.ب: 520646 الرمز البريدي: 11152

www.yazori.com info@yazori.com

المحتويات

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة

تعيش المجتمعات العربية الآن ربيعا عربيا تطلب تغيرات وتطورات سياسية واجتماعية وعلمية أصبح معها من الضروري استجابة النظم التربوية التعليمية لهذه التطورات لتؤدي المؤسسات التربوية التعليمية دورها لتحقيق هذه التغيرات والتطورات.

ومن هذا المنطلق جاء هذا الكتاب "أساليب تدريس الرياضيات للمرحلة الأساسية الدنيا" للدكتور/ **عبد الكريم موسى فرج الله**، ليضع أفكارا ومقترحات تربوية تعليمية لتطوير تعليم وتعلم الرياضيات بالمرحلة الأساسية باعتبارها مرحلة هامة في السلم التربوي ويترتب عليها تقدم التلميذ ونموه علميا في المراحل التالية، ولمادة هامة وأساسية هي مادة الرياضيات خادمة العلوم والمؤثرة فيها وفي كل مجالات الحياة.

وجاء الكتاب في سبعة وحدات، وقد تناولت الوحدة الأولى منها الرياضيات وتطورها موضحا مفهوم الرياضيات واتجاهات تفسير طبيعتها، وأهميتها عند العرب والمسلمين، والنظرة الحديثة للرياضيات، كما وتناولت الوحدة الثانية مناهج الرياضيات موضحا مفهوم المنهج وعناصره، ومبادئ وقواعد عامة لتدريس مناهج الرياضيات، وتناولت الوحدة الثالثة الأهداف التربوية موضحا مفهوم الهدف التربوي ومصادر اشتقاقها وأهمية تحديدها ومستوياتها وشروط صياغتها ومكونات الهدف السلوكي ثم عرض بعض الممارسات الخاطئة في صياغة الأهداف السلوكية وتصنيفها، وعرضت الوحدة الرابعة عناصر المعرفة الرياضية واستراتيجيات تدريسها، أما الوحدة الخامسة فقد تناولت طرق تدريس بعض موضوعات الرياضيات بالمرحلة

الأساسية الدنيا ومنها تدريس العمليات الأساسية والهندسة والقياس والكسور، أما الوحدة السادسة فقد تناولت موضوعا هاما وأساسياً في مجال تعليم وتعلم الرياضيات وهو التقويم والاختبارات في الرياضيات موضحا مفهوم التقويم وأسسه وأهميته ومستوياته وأساليبه، ثم تناول الاختبارات التحصيلية موضحاً مفهوم الاختبار التحصيلي ومواصفاته وأنواعه وخطوات بنائه، أما الوحدة الأخيرة فقد تناولت مفهوم التخطيط وأهميته وأنواعه وكيفية اعداد خطة فصلية ويومية.

ونأمل أن يكون هذا الكتاب منارة وخطوة على الطريق للمهتمين بتعليم وتعلم الرياضيات من معلمين وأولياء أمور وباحثين تربويين في مجال تعليم وتعلم الرياضيات.

والله الموفق،،،

أ.د العزب محمد العزب زهران
استاذ المناهج وطرق التدريس الرياضيات
ووكيل كلية التربية لشؤون التعليم والطلاب
جامعة بنها- جمهورية مصر العربية

الوحدة الأولى

ماهية الرياضيات وتطورها

- مفهوم الرياضيات
- اتجاهات أو مذاهب تفسير طبيعة الرياضيات
- أهمية الرياضيات
- مراحل تطور الرياضيات
- الرياضيات عند العرب والمسلمين
- أهمية دراسة تاريخ الرياضيات بالنسبة للمعلم
- أوائل في الرياضيات
- النظرة الحديثة للرياضيات

الوحدة الأولى

ماهية الرياضيات وتطورها

مفهوم الرياضيات:

لقد عرف أهل الاختصاص الرياضات بالكثير من التعريفات، والتي ربما تباينت واختلفت في تناولها لمفهوم الرياضيات بين الدقة في الوصف والاختصار في العبارة، ولكن الشيء المشترك بين كل تلك التعريفات هو التأكيد على أهمية الرياضيات، ومن تلك التعريفات:

- الرياضيات علم تجريبي من خلق وإبداع العقل البشري وتهتم من ضمن ما يهتم به تسلسل الأفكار والطرائق وأنماط التفكير. (أبو زينة: 1982، 15)
- ويعرفها (السنكري: 2003، 29) بأنها العلم الذي يتعامل مع الكميات المجردة مثل العدد والشكل والرموز والعمليات.
- ويرى (عقيلان: 2002، 11) أنها طريقة ونمط في التفكير، فهي تنظيم البرهان المنطقي وتقرر نسبة احتمال صحة فرضية أو قضية ما، بالإضافة إلى أنها معرفة منظمة في بنية لها أصولها وتنظيمها وتسلسلها.
- ويرى (الصادق: 2001، 163) أن الرياضيات علم الأعداد والفراغ، أو هو العلم المختص بالقياس والكميات والمقادير بالإضافة إلى أنها لغة اتصال ووسيلة عالمية مكملة للغة الطبيعة.
- ويرى (أبو سل: 1999، 12) أنها نظام مستقل ومتكامل من المعرفة والطرائق للتعامل مع أنماط وعلاقات بالرموز والشكل، بالإضافة إلى أنها نشاط يتضمن عمليات الاكتشاف، والمناقشة، والترتيب، والتصنيف، والتعميم، والرسم، والقياس، والاستقراء، والاستنتاج، وبها يمكن فهم البيئة والسيطرة عليها.

ومن خلال ما سبق يتضح أن الرياضيات نظام مستقل ومتكامل من المعرفة والطرائق وهي تعتبر طريقة ونمط في التفكير، وأصبحت الرياضيات اليوم تدخل في مختلف العلوم الطبيعية وتُعد من مقوماتها الأساسية، لذلك ينبغي على كل فرد أن يتسلح بحد أدنى منها ليواكب تطور وتقدم العالم.

بالإضافة لما سبق نجد أن الرياضيات تعنى:

1. طريقة ونمط في التفكير.
2. معرفة منظمة في بنية لها أصولها.
3. تعنى بدراسة الأنماط أي التسلسل والتتابع في أعداد وأشكال ورموز.
4. فن ويتضح ذلك في تناسقها وترتيب الأفكار الواردة فيها.
5. لغة تواصل عالمي تستخدم رموزاً وتعبيراً محددة وواضحة.

اتجاهات أو مذاهب في تفسير طبيعة الرياضيات:

هناك أربعة اتجاهات أو مذاهب في تفسير طبيعة الرياضيات وهي: (السلطاني، 13:2002)

1- **الاتجاه التجريبي**: ويمثله العالم (جون ستورات مل، J.s.Mill) وينظر إلى الرياضيات على أنها علم تجريبي لا يختلف عن العلوم التجريبية كالفيزياء والكيمياء.

2- **الاتجاه العقلي الحدسي**: ويمثله (ديكارت)، وهذا الاتجاه هو نوع من المثالية التي ترى بأن الرياضيات تتعلق بموضوعات ذهنية من نوع خاص مع الاختلافات المتعددة.

3- الاتجاه الصوري: أبرز من يمثله (هلبرت)، والرياضي بحسب هذا الاتجاه لا يهتم بالأفكار قدر اهتمامه بالرموز وعلاقاتها، فهو يدرس الأعداد الطبيعية ليتعرف

على خصائصها الصورية، وما عليه إلا أن يُعبر عن هذه الخصائص الصورية بتراكيب شكلية تكون في نسق صوري، وعلى ذلك فالرياضيات عندهم مجرد ارتباطات رمزية وتراكيب رياضية لا معنى لها بتاتاً.

4- **الاتجاه المنطقي:** من أبرز رواد هذا الاتجاه (وتلند) و(كانور)، ويشترك هذا الاتجاه مع جميع الاتجاهات التي تبحث في أسس الرياضيات وترى بأن الرياضيات ذات أسس متينة خالية من التناقض.

ومن هنا فعلم الرياضيات علم راقٍ شامل يجمع بين جميع الاتجاهات السابقة، فهو علم تجريبي حدسي صوري، ولكن تغلب عليه في النهاية صفة المنطقية.

أهمية الرياضيات:

الرياضيات شأنها شأن فروع المعرفة العقلية، تتميز بالنمو والتغير والتطور المستمر، كما تتميز بإسهامها الكبير في المجالات المستخدمة مثل: التكنولوجيا والعلوم، وإذا أثبت أنه لا غنى عنها لفهم التكنولوجيا والتحكم فيها.

فالرياضيات لها دور ملحوظ في الصحوة العلمية والتكنولوجية التي يعيشها العلم الآن، فقد امتدت الاستخدامات المختلفة لها حتى شملت كثيراً من المجالات التطبيقية في العلوم الاجتماعية والإنسانية وإدارة الأعمال والسياسة، كما لعبت دوراً بين الأفراد في الحياة اليومية بالإضافة إلى أنها تُساعد في التعرف مشكلات الأفراد ومشاكل المجتمع، وتُسهم في وضع حلول لهذه المشكلات ومن ثم أصبح الفكر الرياضي من مستلزمات العصر الحالي، وتُعد الرياضيات من المكونات الأساسية للثقافة التي لا يمكن الاستغناء عنها في جميع قطاعات الحياة. (المفتي: 1995، 49)

وتنبع أهمية الرياضيات في مناهج مراحل التعليم المختلفة من خلال نظريتين متكاملتين للرياضيات وهما:

1-**الأولى:** تنظر للرياضيات على أنها أداة للاستخدام والتطبيق، تُعين الفرد على قضاء حاجاته وتسيير أموره في الحياة، فهناك مهارات رياضية يحتاجها الفرد لتنظيم

أمور حياته والاعتناء بشئونه الخاصة، كما أن هناك مهارات يحتاجها الفرد ليعيش ضمن مجتمع ليتفاعل مع مؤشراته الثقافية والاجتماعية والاقتصادية، ويتطلب ذلك مستوى معقولاً من المعرفة الرياضية التي تمكن الفرد من أن يكون متفتح العقل، ناقداً، وفاعلاً ومشاركاً في مجتمعه.

2-الثانية: تنظر للرياضيات على أنها نظام معرفي له بيئته وتنظيمه المستقبلي والرياضيات كنظام معرفي له بنية هيكلية تساعد الفرد على تنمية التفكير الناقد، وتُسهم في بناء شخصيته وقدرته على الإبداع من خلال إتاحة الفرصة له لاكتساب الخبرة بالعمل في الرياضيات. (أبو زينة: 1997، 14)

بالإضافة إلى ما سبق يمكن بيان أهمية الرياضيات فيما يلي:

1. الرياضيات لغة العلوم: فمعظم العلوم كالفيزياء، والكيمياء، والفلك، والإحصاء تعتبر مسائل الرياضيات جزءاً أساسياً لموضوعات كثيرة فيها، ولا يستطيع مدرسو العلوم التدريس دون الإلمام بشيء من الرياضيات، فبالتالي لزم أن يمتلك الطفل بعض الأساسيات في الرياضيات ليتمكن من استيعاب موضوعات العلوم، كما أنه ليس من مهمة مدرس العلوم -على سبيل المثال- تدريس أساسيات الرياضيات، وللعلم فإن جزء أساسياً من بناء النظرية في العلوم، برهان النظرية رياضياً وعلمياً. وعليه فإن جميع العلماء بحاجة لمعرفة رياضيات رصينة لتطوير علومهم.
2. طرق الاستدلال (الاستنتاجي والاستقرائي): إن طريقة الاستدلال الاستنتاجي والاستدلال الاستقرائي اللذان يستخدمان بكثرة في شتى مجالات البحث والدراسة، لم يتأصلا ولم تحدد منهجية كل منهما بشكل دقق إلا عن طريق الرياضيات، الأمر الذي أدى إلى ابتكار طرق تعلم وتعليم مفيدة في الرياضيات امتد أثرها إلى المواد الدراسية الأخرى. فطريقة الاكتشاف وحل المكلات نشأت

من طبيعة المعرفة الرياضية. وأسلوب الحوار والمناقشة الذي بدأه سقراط مع طلابه كان منشأه مسائل الرياضيات التي تحتاج التعليل لكل خطوة.

3. التفكير المنطقي والتفكير الرياضي: الرياضيات وعلم المنطق لا ينفصلان. إن اكتساب الطفل لمهارات التفكير المنطقي تضفي على شخصيته الاتزان في طرح الموضوعات والموضوعية في التفكير والدقة في استخلاص النتائج، وهذه السمات لا تأتي للفرد إلا بعد بذل جهد جهيد، وما أحوجنا في هذا العصر لتلك الشخصيات التي تتحلى بهذه السمات الحضارية والتي أتت بفضل دراسة الرياضيات وهذا بالتأكيد سبب لتدريسنا الرياضيات في مدارسنا. فدراسة الرياضيات بصفة عامة تساعد على بناء التفكير المنطقي، والبرهان الصحيح، والضبط في الخطوات والدقة في الاستنتاج والنقد البناء، وقد نصف أحياناً فرداً ما بأن عقله أو تفكيره رياضي عند ما يتوصل إلى نتيجة صائبة عجز عنها الآخرون، وهذا مما يؤكد أن العقل الرياضي له أهمية ومكانة متميزة يحظى بها الفرد لدى الآخرين.

4. الرياضيات تنمي الثقة بالنفس واحترام الإنسان لنفسه: تساعد الرياضيات في تنمية قيم راقية واتجاهات سليمة كسعة الصدر، والصبر، والتأني، والتسلسل، وزيادة التركيز، كما أنها تبعث في النفس نشوة الفرح والنصر عند ما يفك الفرد الرموز وتتكلل محاولاته بالنجاح في حل المسائل، لأن طبيعة المسائل الرياضيات فيها نوع من التحدي، والإنسان لديه ميل للتغلب عليه، فغالباً ما يوصف علماء الرياضيات بالعباقرة والمبدعين، لأنهم تخطوا هذه التحديات ومنها صاغوا نظرياتهم وقوانينهم، فقد وصل الأمر ببعضهم إلى الاستغراق في التفكير، ومنهم أرخميدس الذي كان يستغرق ساعات يفكر في مسألة واحدة دون ملل.

5. الرياضيات عقل التكنولوجيا: إن الرياضيات تمثل التكنولوجيا العقلية للعلم وتقدم الأدوات الذهنية للعالم. يعتبر الحاسب مدين للرياضيات في جميع جوانبه،

وقد كان لهدور ليس في إعداد البرامج فحسب وإنما حتى أجزاء الكمبيوتر ومكوناته لا تنكر دور الرياضيات، ويكفينا أن نتأمل في سبب تسمية في اللغة العربية (الحاسب: من حسب يحسب) ويمكننا أن نتسائل ببساطة، هل يستطيع أن مصنع أو مؤسسة أو فرد الآن الاستغناء عن الحاسب؟ ومن لا يستغني عن الحاسب لا يستغني عن الرياضيات.

6. التجريد في الرياضيات مؤشر لرقي العقل البشري: إن صفة التجريد تعتبر سمة بارزة في الرياضيات والتجريد ليس عيباً في الرياضيات، بل هو مؤشر على تطور العقل البشري والفكر الإنساني ورقية، ولكن من الضرورة بمكان أن يتناسب مستوى التجريد مع عمر الفرد المتلقي للمعرفة الرياضية، ويجب أن لا نغالي كثيراً في التجريد بالنسبة لمرحلة التعليم الأساسي وللعلم فإن الرياضيات لم تكتب بالرموز إلا بعد مئات السنين من التعامل معها، ويجب أن لا ننسى أن الأفكار المجردة منشأها حقائق ووقائع محسومة. كما أن التجريد أدى إلى تطوير المزيد من الرياضيات ونموها بسرعة مذهلة لأنها كلما انفصلت عن المواقع استطاعت أن تتبنى قوانين وقواعد جديدة ربما نجد لها تطبيقات في المستقبل.

وهكذا نجد أن المسائل التجريدية في الرياضيات عرض للنزول إلى أرض الواقع ولو بعد حين. فهناك كم كبير من المعرفة الرياضية مكدسة على رفوف المكتبات منها ما يعود إلى عشرات السنين، ولكن هذا التكديس مقت إذ سيتم إنزاله فيما بعد عندما يجد الإنسان استخداماً له في الحياة العلمية، فكل منتج جديد ينزل إلى الأسواق ينزل معه معرفة رياضية طال عليها الأمد على رفوف التجريدات الرياضية.

مراحل تطور الرياضيات:

لقد تطورت الرياضيات عبر مراحل مميزة (أبوسل، 1999)، وقد خضعت الأعداد لعوامل مختلفة نتجت عنها أنظمة عددية مختلفة، ارتبط كل منهما بحضارة معينة من الحضارات التي سادت هذا العالم.

ومن أبرز مراحل تطور الرياضيات ما يلي:

1-**مرحلة ما قبل العد:** وفي هذه المرحلة لم يكن الإنسان قادراً على تحديد مقادير الكميات، وكان يكتفي بالإشارة والحركات فقط في التعبير عن الأشياء، حيث كان لكل عدد إشارة أو حركة معينة تم الاتفاق عليها وتداولها في التعبير عن المقادير.

2-**مرحلة المطابقة بين الأشياء:** وفي هذه المرحلة كان التعبير عن الأشياء يتم باستخدام أشياء مناظرة لها، وتكون مألوفة، فمثلاً كان يستخدم الإنسان الحصى والعيدان ورسم العلامات للدلالة على العناصر المراد التعبير عن عددها.

3-**مرحلة استخدام رموز الأعداد:** وقد دعت حاجة الإنسان وتطور حياته إلى ابتكار هذا الأسلوب، بهدف تسهيل التعامل مع الأشياء وقد ظهرت في هذه المرحلة:

أ-**الحضارة الفرعونية:** كان قدماء المصريين أول من عمل الإحصائيات من خلال تعدد السكان والثروة وإحصاء الأراضي لتوزيعها على العاملين، وكان لهم إسهامات في الهندسة وخاصة عند بناء الأهرامات حيث استخدموا الهندسة لقياس الأطوال والزوايا والمساحات والحجوم، وكان المصريون قد وضعوا الأسس للنظام العشري، ولكنهم لم يستطيعوا التوصل إلى فكرة المنزلة.

ب-**الحضارة البابلية:** استخدم البابليون فكرة المنزلة، وذلك لأنهم كانوا يستخدمون النظام الستيني في العد، حيث كانوا يمثلون العدد (72) مثلاً على الصورة التالية: $60 \times 1 + 12 = 72$.

ج-**الحضارة الإغريقية:** كان الإغريق أول من أوجد فكرة البرهان الرياضي، وقد قاموا بنقل الرياضيات الفرعونية، واستطاعوا التوصل إلى نظريات هندسية في الدائرة والمثلث وقد وضع اقليدس أسس الهندسة التي عرفت بالإقليدية، والتي ما زالت نظرياتها تتبع حتى اليوم.

4- **مرحلة النظام العددي الحالي:** وتتميز هذه المرحلة بوجود نظام ترقيم واحد يستخدم رموزاً محددة للغة الرياضية، وهذا ما ساهم في انتشار هذا النظام وتفوقه على جميع الأنظمة السابقة، وقد كان لإضافة الصفر أكبر الأثر في هذا النظام العددي، حيث انعكس ذلك على تطور علم الرياضيات وما يتصل به من علوم، فقد أدى استعماله إلى تسهيل جميع أعمال الحساب، وتخليص نظام الترقيم من التعقيد، ومن أبرز مميزات تلك المرحلة ما يلي:

أ-**استخدام عدد محدد من الأرقام:** حيث يشتمل هذا النظام على (9) أرقام من (1) إلى (9) إضافة إلى الصفر، ومن خلال تلك الأرقام يمكن تكوين أي عدد لذا فإن هذا النظام يسمى النظام العشري لان عدد الأرقام المكونة له هي (10) أرقام، وبالمقارنة مع النظام الستيني الذي كان متبعاً في الحضارة البابلية فإن هذا النظام يعتبر أسهل للتعامل مع الحسابات والأعداد.

ب-الترتيب: إن الأعداد في هذا النظام تتميز بأنها سهلة المقارنة فيما بينها، ويعتمد ذلك على الترتيب الوضعي للرقم (آحاد، عشرات، مئات، ...)

ج-**القيمة المنزلية للرقم:** إن وقوع الرقم في أي عدد ضمن هذا النظام يعطي فكرة واضحة عن القيمة المنزلية للرقم في العدد فمثلاً تختلف القيمة المنزلية للرقم (5) في كل من الأعداد: 395، 458، 521.

الرياضيات عند العرب والمسلمين:

لقد برع العلماء العرب والمسلمون في العلوم الرياضية وأجادوا فيها، وأضافوا إليها إضافات هامة أثارت إعجاب ودهشة علماء الغرب، فاعترفوا بفضل العرب وأثرهم الكبير في تقدم العلم.

وقد كان للعرب والمسلمين إسهامات فاعلة في تاريخ الرياضيات، وخاصة في مواضيع الحساب والجبر والمثلثات والهندسة، فقد أطلع العرب على الحساب عند

الهنود وأخذوا عنهم نظام الترقيم، حيث كان لـدى الهنـود أشكال عديـدة للأرقـام، فقاموا بتهذيب هذه الأرقام وتكوين سلسلتين في الأعداد، هما:

1-الأرقام الهندية: وهي الأرقام التي تستعملها الكثير من البلدان العربية والإسلامية وهي: (1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9).

2-الأرقام العربية: وهي الأرقام التي انتشرت في بلاد الغرب والأندلس ومنها دخلت إلى أوروبا وهي: (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).

وسنستعرض هنا بعض انجازات العرب والمسلمين في هذه المواضيع.

1-الحساب: كان العالم قديماً يستخدم الرموز والحروف اللاتينية والإغريقية في التعبير عن الأرقام وقد كانوا يجدون صعوبة بالغة في التعامل مع هـذه الحـروف وخاصـة في العمليات الحسابية. فقد اخذ العرب والمسلمين الأرقام من الهنود وهذبوها بحيث يعبر كل رقم عن عدد الزوايا فيه فمثلاً العدد 1 له زاويـة واحـدة، والعـدد2 لـه زاويتـان وهكذا فظهرت الأرقام 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9 وركبوا من هذه الأرقام أعداداً أعلى مستوى، وقد جاء تقديم الصفر إلى هذه الأعداد كأعظم إنجـاز في عمليـة العـد حيث سهل الكثير من العمليات الحسابية والتعبير عن بعض الأعداد التي كان يصعب عليهم التعبير عنها مثل: 503، 804 .. إلـخ.

أما في العمليات الحسابية فقد ابتكر المسلمون طرقاً سهلة في عمليتي الضـرب والقسمة وفي الكسور قد كان للعرب الفضل في وضـع خـط الكسـر وهـو أول مـن استخدم الكسور العشرية. أما في الجمع فقد قد عالم الرياضيات المسلم الكرافي صيغاً بجمع الأعداد الطبيعية ومربعاتها ومكعباتها.

ومـن أشـهر العلمـاء المسـلمين في علـم الحسـاب بالإضـافة للكـرافي العـالم الإسلامي الشهير الخوارزمي الذي اشتغل بالجبر أيضاً وثابت بن قرة الذي اشتغل في الأعداد المتحابة وترجم الكـثير مـن الكتـب الإغريقيـة ومـن العلمـاء الـذين عملـوا

بمتواليات الأعداد الحسن بن الهيثم والسؤال المغربي وابن البناء المراكشي وابن الهائم المصري.

2-الجبر: يعتبر العالم المسلم الخوارزمي مؤسس علم الجبر حيث أخذ اسم الجبر من كتابة "الجبر والمقابلة" حيث ترجم إلى الإنجليزية وقد كان للخوارزمي بصمة واضحة في الجبر وذلك بإيجاد طريقة تحليلية لحل المعادلات من الدرجة الأولى والثانية في مجهول واحد. وقد كان العرب أو من اشتغل في الجذور حيث وضع الكرافي طريقة مبسطة لإيجاد تقريب للجذر التربيعي.

ومن العلماء العرب والمسلمين الذين اشتغلوا بالجبر ثابت بن قرة الذي ترجم أعمال أغريقية كثيرة وأيضاً أبو عبد الله المهاني وأبا جعفر الخرساني والحسن بن الهيثم وأبا الفتح الخياصي وأبو الجود محمد بن الليث الذين أعطوا حلولاً للمعادلات من الدرجة الثالثة والرابعة.

3- حساب المثلثات: يعتبر حساب المثلثات أساساً لعلم الفلك ومن أهم علماء المسلمين الذين اشتغلوا في حساب المثلثات العالم الفلكي أبو عبد الله التباني قد كان له اسهامات كثيرة في علم الفلك أما في حساب المثلثات فيرجع له الفضل في إدخال دوال الظل وظل التمام وعمل جداول لهما بدلالة الدرجات، كما عرف العلاقة بين الأضلاع والزوايا في المثلث الكروي.

من بين العلماء الآخرين الذي كان لهم الأثر في حساب المثلثات البيروني الذي حسب طول السنة الشمسية بدقة ثم عين محيط الكرة الأرضية وأيضاً ابن الشاطر والخوارزمي وابن الهيثم.

4-الهندسة: عند ذكر الهندسة لابد من ذكر إقليدس مؤسسة علم الهندسة وكتابه الشهير "كتاب الأصول" الذي ترجم إلى كل لغات العالم وكان المسلمون أول من ترجم هذا الكتاب وعمل عليه. ومن أشهر علماء المسلمين في المجال الهندسي الحسن بن الهيثم الذي أثبت نظريته في علم الضوء عن طريق الهندسة وكان له إسهامات كثيرة في

الهندسة حيث كتب كثيراً في الهندسة منها كتاب شرح أصول إقليدس في الهندسة والعدد وتلخيصه، كتاب تحليل المسائل الهندسية، مقالة في مسألة عددية مجسمة، وحاول أيضاً برهنة المسلمة الخامسة من مسلمات إقليدس. ومن العلماء المسلمين الذي كان لهم شأن عظيم في الهندسة ثابت بن قرة الذي يرجع له الفضل في ترجمة معظم الأعمال الإغريقية القديمة بالإضافة إلى كتبه في الهندسة ككتاب المفروضات. والكندي الذي كان له كتب كثيرة في الهندسة والضوء، وأيضاً الخوارزمي الذي كان له بعض الأفكار الهندسية بالإضافة للجبر. أما الحجاج بن يوسف الوراق الذي ترجم كتاب الأصول لإقليدس الترجمة الثانية.

أهمية دراسة تاريخ الرياضيات بالنسبة للمعلم:

1- دراسة التطور التاريخي للرياضيات تساعد المعلم في معرفة المراحل التي تطورت فيها الرياضيات ونوعية الرياضيات التي يقدمها.

2- تساعد المعلم في تصور المراحل التي تنمو فيها الرياضيات فمراحل تطور الرياضيات كمراحل نمو الأطفال.

3- تعلم المعلم الصبر والتأني فتطور الرياضيات أخذ زمناً طويلاً وعصور كثيرة وكيفية تطور التفكير الإنساني المصاحب للرياضيات.

توح للمعلم الدور الأساسي الذي قامت به الحضارات وجعل الطلاب يحبون الرياضيات.

أوائل في الرياضيات:

كان للعلماء العرب والمسلمين أثر كبير في إدخال مفاهيم ومصطلحات ونظريات جديدة لعلم الرياضيات (منتديات ملتقى العرب، 2005)، ومنها:

- أول من حول الكسور العادية إلى عشرية في علم الحساب هو غياث الدين الكاشي قبل عام (840 هجري) (1436 ميلادي).

- أول من استعمل الأسس السالبة هو العالم المسلم السموال المغربي، وقد اشتهر باختصاصه في علم الحساب، وكان ذلك قبل عام (1175 ميلادي)
- أول من أدخل مصطلح الجذر التربيعي في الحسابي هو العالم المسلم محمد بن موسى الخوارزمي، وأول من استعمله لأغراض حسابية هو العالم أبو الحسن الأندلسي قبل عام (891 هجري).
- أول من وضع أسس علم الجبر هو العالم المسلم محمد بن موسى الخوارزمي قبل عام (532 هجري).
- أول من وضع الأسس الحديثة لعلم حساب المثلثات هو أبو عبد الله البنائي والزرقلي والطوسي، وقد كان لهم الفضل في جعله علماً مستقلاً بذاته.
- أول من أدخل الصفر في علم الحساب هو العالم محمد بن موسى الخوارزمي، قبل عام (532 هجري)، وقد كان لهذا الاكتشاف أثر كبير في تغيير مفهوم الرقم ودراسة الأرقام.

النشأة الحديثة للرياضيات:

كانت الرياضيات في الماضي تقوم على أساس أنها مقسمة في أربع فروع منفصلة هي: الحساب، والجبر، والهندسة، والتحليل، ولكن مع تطور المعرفة وتداخل العلوم وارتباطها مع بعضها البعض أصبح من الضروري ربط فروع الرياضيات المنفصلة لتكوين كُل متكامل يشكل وحدة واحدة، بحيث تصبح الرياضيات أكثر من مجموع فروعها التقليدية، فهي بالإضافة إلى هذه الفروع تتضمن الارتباط والعلاقة بين هذه الفروع.

وقد كانت الرياضيات في الماضي أداة للعلماء الطبيعة، لكن من وجهة نظر العالم مارشال ستون فإن التغيير الذي حصل في الرياضيات ضمن تحررها عن العالم الفيزيائي، فأصبحت مستقلة تماماً عن العالم المادي، ونراها اليوم تغزو جميع فروع

المعرفة، لذا فهي نظام مستقل ومتكامل من المعرفة تولد نفسها وتتكاثر وتنمو بشكل متسارع.

وينظر موريس كلاين إلى الرياضيات أنها موضوع يساعد الفرد على فهم البيئة المحيطة به والسيطرة عليها، ويشير كلاين إلى أن الرياضيات تنمو وتتطور من خلال خبراتنا الحسية ومن خلال احتياجاتنا.

وقد أبرز موريس كلاين في كتابه (Why Johny can't add) نقداً لمناهج التقليدية (أبو زينة، 2003)، يمكن اختصاره فيما يلي:

1- التركيز على التدريب الآلي والحفظ.
2- ظهور المفاهيم والحقائق والعمليات والقواعد منفصلة عن بعضها البعض.
3- عدم مراعاة الدقة والوضوح في التعبير.
4- احتواء المناهج والكتب التقليدية على بعض الموضوعات عديمة الجدوى، أو التي فقدت أهميتها وقيمتها.
5- تحاشي المناهج التقليدية ذكر البرهان الرياضي إلا في الهندسة.
6- افتقار المناهج والكتب إلى عنصر الدافعية والتشويق.

وتعتمد الرياضيات الحديثة على دراسة المجموعة والبنية الرياضية (Mathematical Structute) والبنية هي مجموعة من العناصر، وعلى هذه المجموعة نضع هيكلاً أي مجموعة من القواعد والعلاقات التي تحدد طرق العمل، فمثلاً لو أخذنا مجموعة الأعداد الطبيعية ووضعنا هيكلاً على هذه المجموعة بتعريف عمليتي الجمع والضرب، وعلاقة الترتيب على هذه المجموعة، فإننا نشكل ما يسمى بنية الأعداد الطبيعية.

وتتكون البنية الرياضية من:

1- المفاهيم الأولية أو المصطلحات غير المعرفة:

توجد في الرياضيات مفاهيم لا يستطيع الإنسان وضع تعريفات لها بدلالة مفاهيم أبسط كنها في التركيب، فلو أخذنا النقطة مثلاً لوجدناها تنتج عن تقاطع خطين، ولو أخذنا الخط لوجدناه مجموعة من النقاط المتراصة من غير بنية بينها، إن امثال هذه المفاهيم والمصطلحات التي تم تعلمها ولا نستطيع أن نضع لها تعريفاً بدلالة مفاهيم أخرى أبسط منها في التركيب تسمى "مفاهيم أولية" أو "المصطلحات غير المعرفة".

وفي الرياضيات القديمة توجد مصطلحات أولية لا يسأل الدارسون ما تعريفها؟ ومنها النقطة، والخط المستقيم، والمستوى، وكذلك في الرياضيات المعاصرة، يوجد مفهوم المجموعة والانتماء إليها، وتدرس هذه المصطلحات عادة بالإشارة إلى التمثيل لامادي الذي يمثلها، ومن خلال ما يقوم به المعلم في تفسير وتقريب لمداولاتها إلى أذهان المتعلمين، فتقاطع المستقيم هكذا (×) يمثل النقطة، كما يمثل الشكل ↔ خطاً مستقيماً وهكذا.

2-المفاهيم أو المصطلحات المعرفة:

تشكل المصطلحات والمفاهيم المعرفة المكون الثاني من البنية الرياضية والهندسية، وتعرف هذه المصطلحات والمفاهيم بدلالة المصلحات غير المعرفة فالقطعة المستقيمة مفهوم يعرف من مفهوم النقطة والمستقيم، حيث تعرف بأنها جزء من مستقيم محصور بين نقطتين، والشعاع مفهوم يعرف من مفهوم المستقيم حيث يعرف بأنه نصف مستقيمي أو جزء من مستقيم له بداية وليس له نهاية والمثلث يعرف من مفهوم المستقيم حيث يتعرف بأنه شكل مغلق ناتج عن تقاطع ثلاثة مستقيمات مثنى مثنى، أو شكل ناتج عن اتحاد ثلاث قطع مستقيمة.

والتعريف الدقيق أمر بالغ الأهمية في إدراك المفهوم، فمن إدراكنا لمفاهيم الاتحاد والقطعة المستقيمة والتلاقي مثنى التي ترد في تعريف المثلث مثلاً يجعلنا قادرين على تشكيل صورة في الدماغ لمفهوم المثلث أو لأي مضلع تستخدم فيه هذه المفاهيم

والمصطلحات، وسيكون الدماغ قادراً على استدعاء هذه الصورة أو تمييزها عند ذكر المثلث أو رؤية صورته.

3-البديهيات أو المسلمات:

يوجد في الرياضيات والهندسة عبارات نفترض أنها صحيحة ولا تحتاج إلى برهان أو دليل يثبت صحتها، ومثل هذه العبارات تسمى بديهيات أو مسلمات، وقد فرق بعض الرياضيين بين البديهية والمسلمة، ومن أمثلة البديهيات التي نتعلمها في هندسة إقليدس المستوية:

أ- يمر بالنقطتين المختلفتين مستقيم واحد فقط.

ب- من نقطة ما يمكن رسم مستقيم واحد فقط يوازي مستقيماً معلوماً.

ت- يمكن مد القطعة المستقيمة من جهتيها لتصبح مستقيماً.

4-النظريات:

النظرية في الهندسة جملة تربط بين عدد من المفاهيم والمبادئ بالعلاقة معينة يمكن البرهان على أنها صحيحة، ولا يكون البناء الهندسي نظاماً إلا إذا وضعت نظريته الأولى، وتم البرهان على أناه صحيحة اعتماداً على بديهيات هذا النظام فقط.

أما النظريات التي تليها فيمكن الاعتماد على البديهيات والنظريات التي تثبت صحتها، وهذه النظريات التي تستنتج الواحدة تلو الأخرى تكون النظام الهندسي، ولذا يعد نظاماً استنتاجياً.

ومن أمثلة النظريات في الرياضيات: نظرية فيثاغورس في بنية الهندسة الإقليدية، والتي تنص على: (مساحة المربع المنشأة الوتر في المثلث القائم الزاوية تساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين).

5-البرهان:

هو مجموعة من الخطوات المرتبة منطقياً والصادقة بناءً على بديهيات النظام والتي من خلالها نستطيع إثبات صحة نظرية أو خطتها. والبرهان هو الوسيلة الوحيدة

التي تجعلنا نثق بما تم استنتاجه من نظريات، ولا يقبل انتماء النظرية للنظام إلا بعد البرهان على صحتها.

إن الاعتماد على دراسة البنية في الرياضيات الحديثة يعمل على تحقيق أغراض ذات فائدة وأهمية في تعلم الرياضيات بشكل أفضل. (Bruner, 1963; Hellman, 2003)، ومن هذه الفوائد:

1- العمل على تحقيق هدف انتقال المعرفة إلى مواقف أخرى.

2- جعل الموضوع قابلاً للاستيعاب بشكل أفضل.

3- جعل الموضوع غير قابل للنسيان بسرعة.

الوحدة الثانية

مناهج الرياضيات

مفهوم المنهاج

أسس المنهاج

عناصر المنهاج

مبادئ وقواعد عامة لتدريس مناهج الرياضيات

الوحدة الثانية

مناهج الرياضيات

مفهوم المنهاج:

كان المنهاج بالمفهوم التقليدي يعني المقرر الدراسي، وهو كمية المعرفة المطلوب من الطلبة تعلمها في موضوع معين خلال سنة دراسية، لذا فإن المنهاج التقليدي كان يركز على تنمية جانب واحد فقط من جوانب النمو عند التلاميذ وهو جانب النمو العقلي، دون الاهتمام بالجوانب الأخرى مثل النمو الجسمي والاجتماعي والنفسي.

ومع تطور التربية تطور مفهوم المنهاج، وبدأت المناهج تهتم بتنمية جميع الجوانب المعرفية والاجتماعية والنفسية ... إلخ.

وقد عرف (أبو زينة: 2003) المنهاج بأنه: "جميع الخبرات التعليمية المنهجية (الصفية واللاصفية) التي يتعرض لها الطالب، والتي تتولى المدرسة التخطيط لها والإشراف عليها وتقويمها في النهاية.

ويُعرف (الوكيل والمفتي: 1998) المنهاج بمفهومه الحديث بأنه مجموعة الخبرات التربوية التي تهيؤها المدرسة للتلاميذ سواء داخلها أو خارجها، وذلك بغرض مساعدتهم على النمو الشامل المتكامل، أي النمو في كافة الجوانب العقلية والثقافية والدينية والاجتماعية والجسمية والنفسية والفنية، نمواً يؤدي إلى تعديل سلوكهم، ويكفل تفاعلهم بنجاح مع بيئتهم ومجتمعهم وابتكارهم حلولاً لما يواجههم من مشكلات.

واعتماداً على تعريف المنهاج بمفهومه الحديث، يمكن استنتاج ما يلي:

1- أن المنهج يتضمن خبرات تربوية تعمم تحت إشراف المدرسة لإكساب الطلبة المعلومات والمهارات والاتجاهات المرغوبة.

2- أن هذه الخبرات تتنوع بتنوع الجوانب التي ترغب المدرسة في إحداث النمو فيها، ولا تركز على جانب واحد فقط.

3- أن التعلم يحدث من خلال مرور المتعلم بالخبرات المختلفة ومشاركته في مواقف تعليمية متنوعة.

4- أن بيئة التعلم لا تقتصر على غرفة الدراسة أو داخل حدود المدرسة، بل تمتد إلى خارج المدرسة.

5- أن الهدف الذي يسعى إليه المنهج عن طريق هذه الخبرات هو النمو الشامل المتكامل للمتعلم.

6- أن تفاعل المتعلم مع البيئة والمجتمع يعني أنه يتأثر بما يحدث فيهما، ويؤثر فيهما أيضاً.

7- أن المنهاج الحديث يعمل على تنمية الفرد في ابتكار عدة حلول وبدائل للمشكلة الواحدة، واختيار المناسب منها وفق الظروف المتغيرة والإمكانات المتاحة.

ويمكن توضيح الفروق بين المنهاج بالمفهوم التقليدي والمنهاج بالمفهوم الحديث من خلال المقولة التالية: "يرتبط المنهاج التربوي التقليدي بنظريات التربية التقليدية والممارسات المنبثقة عنها، أما المنهاج التربوي الحديث فيرتبط بنظريات التربية الحديثة والممارسات المنبثقة عنها.

ويبين الجدول التالي الفرق بين المنهاج التقليدي والمنهاج الحديث (ناصر: 1991)

المنهاج الحديث	المنهاج التقليدي
يشمل أوجه النشاط المختلفة والخبرات التي يمر بها التلميذ بتوجيه من المعلم.	يقتصر على الكتاب المدرسي.
موقف الطالب موقف المشارك والمتفاعل ودوره إيجابي.	موقف الطالب موقف المتلقي ودوره سلبي
المعلم يشكل جزءاً من المعرفة.	المعلم مصدر المعرفة.
صمم على أساس احتياجات التلاميذ ورغباتهم وقدراتهم واستعداداتهم.	وضعه متخصصون دون مراعاة حاجات التلاميذ وقدراتهم وميولهم.
يركز على النمو المتكامل.	يهتم بالنمو العقلي وحده.
مرن، يتلاءم مع الحياة وتطورها.	جامد لا يحتمل التطوير أو التغيير.

أسس المنهاج:

إن تحديد أهداف المناهج واختيار المحتوى المناسب لهذه الأهداف واختيار أفضل الطرق والتقنيات التربوية الكفيلة بإحداث التفاعل التام بين المعلم والمتعلم، واختيار وسائل التقويم المناسبة التكوينية والختامية، كل ذلك يعتمد على دراسة عميقة وشاملة للمجتمع والبيئة والطالب (الفرد المتعلم)، ومن هنا كان لابد أن ينبني المنهاج على أسس فلسفية ونفسية واجتماعية ومعرفية تراعي الاتجاهات الحديثة في فهم العملية التربوية، ويشمل المجتمع وتكوينه الثقافي، ونمو الطالب واحتياجاته.

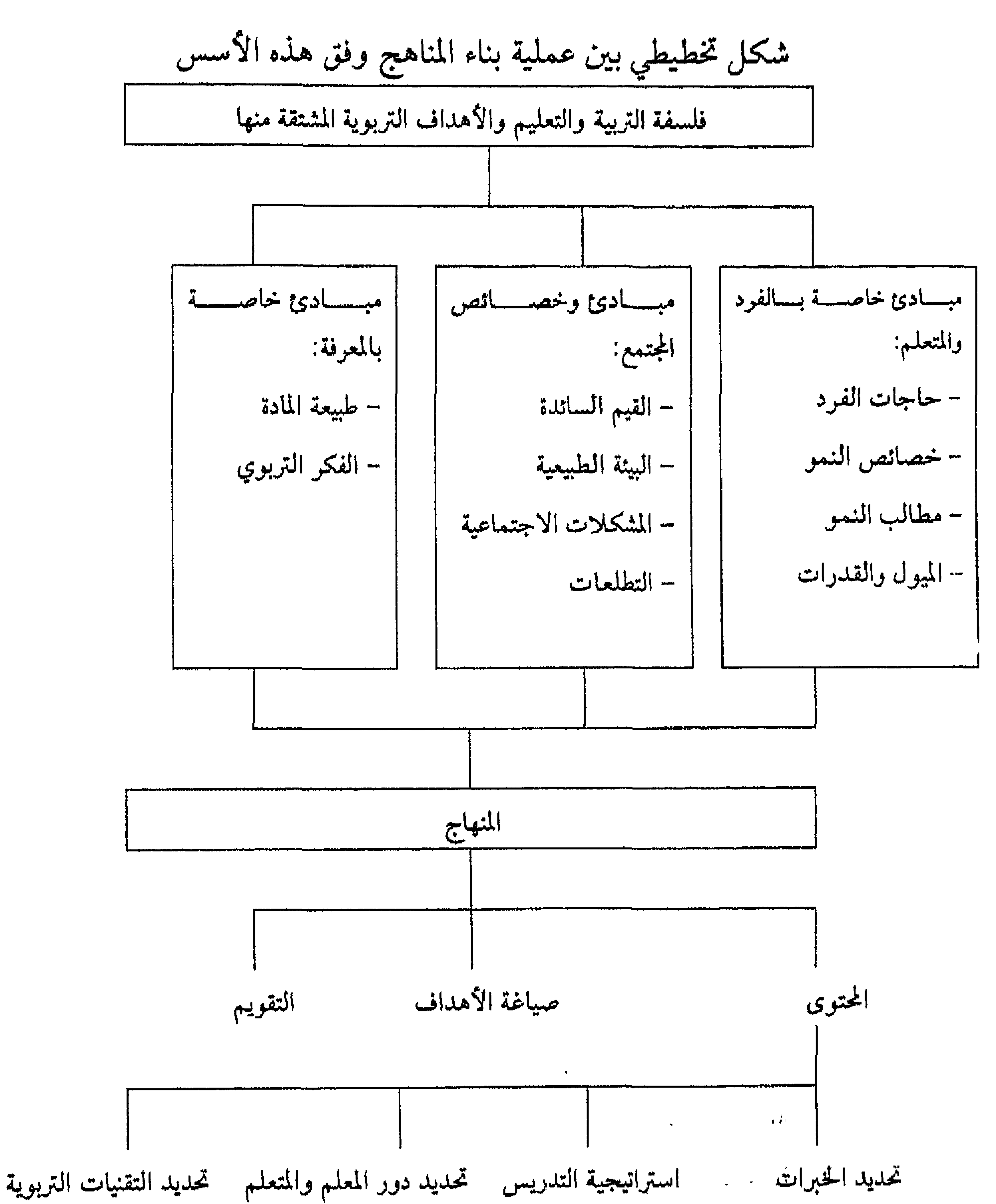
1- فالأساس الفلسفي ينبثق من فلسفة التربية في المجتمع، وينبثق عنها الأهداف العامة التي ترشد إلى صياغة الأهداف التعليمية في مختلف مراحل التعليم لمختلف المباحث.

2- والأساس النفسي ينبثق من احتياجات المتعلم الجسمية والنفسية والعاطفية والاجتماعية والروحية ومن مطالب النمو للمتعلم فضلاً عن مراعاة نظرية التعلم الأسس والأصول المتبعة في عملية التعلم والتعليم.

3- والأساس الاجتماعي يراعي احتياجات المجتمع وثقافته وقيمه ومشكلاته ومعطياته البيئية والتغيرات في جميع المجالات الاجتماعية والاقتصادية والسياسية والثقافية.

4- والأساس المعرفي ينبثق من طبيعة المادة المعرفية من حيث طريقة بنائها وطرق بحث فيها، والتسلسل المتبع في تنظيم المفهومات والحقائق والمعارف وتكاملها.

شكل تخطيطي بين عملية بناء المناهج وفق هذه الأسس



مسايرة التطور في النظريات التربوية المتعلقة بأسس تعلم وتعليم الرياضيات الذي يؤثر في تنظيم واختيار المحتوى الرياضي.

عناصر المنهاج:

يرى تايلور أن المنهاج يتكون من أربعة عناصر هي:

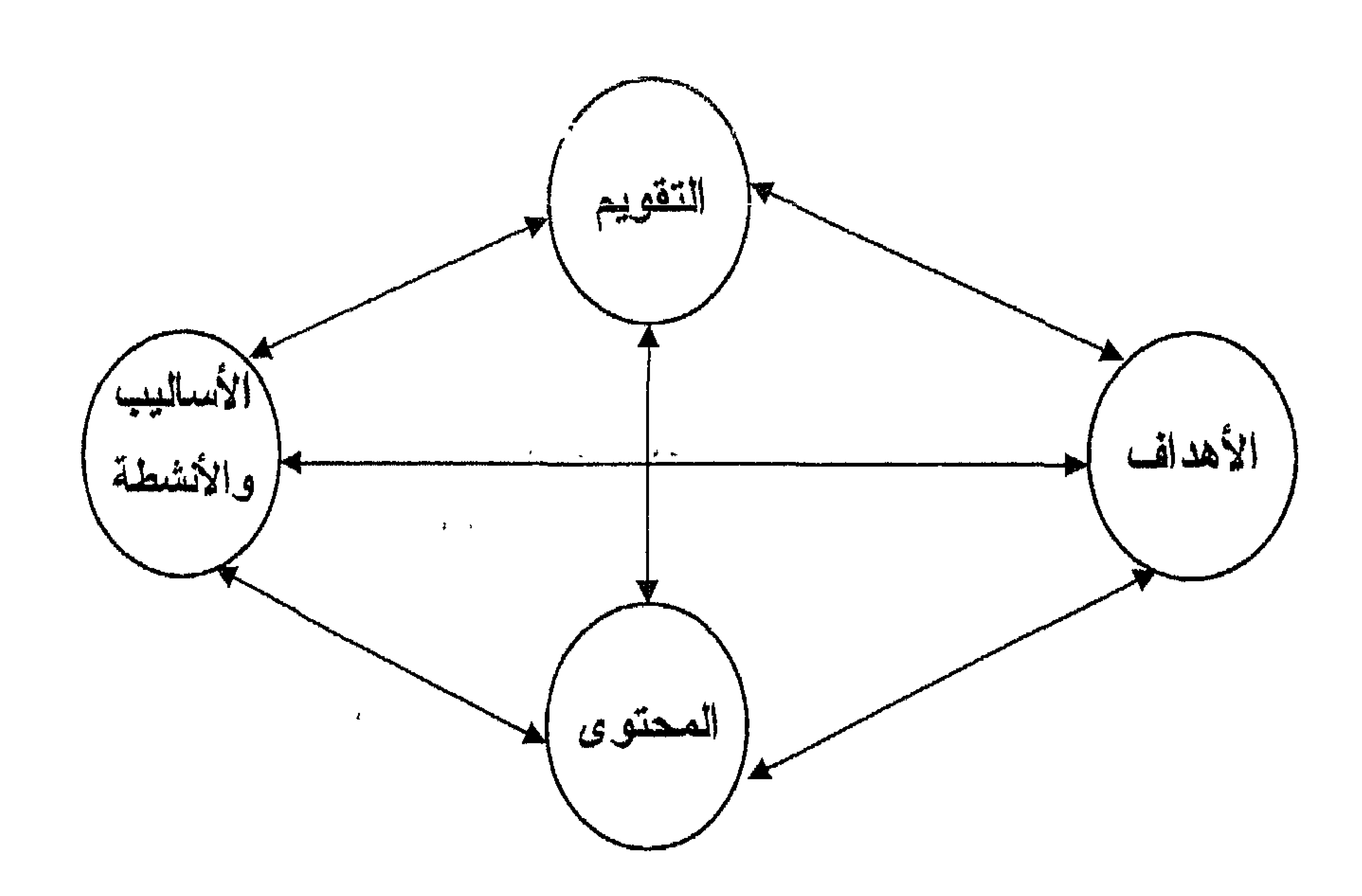
1- **الأهداف التربوية:** وتمثل الإجابة عن السؤال: لماذا نتعلم؟

2- **المحتوى:** ويمثل الإجابة عن السؤال: ماذا نتعلم؟

3- **الأساليب والوسائل والأنشطة:** وتمثل الإجابة عن السؤال: كيف نتعلم؟

4- **التقويم:** ويمثل الإجابة عن السؤال: هل تم التعلم؟

ويبين الشكل التالي العلاقة الارتباطية بين عناصر المنهاج الأربعة. (مرعي والحيلة: 2000)



تدل الأسهم الواردة في الشكل السابق على العلاقات المتبادلة بين كل العناصر، أي أن كل عنصر يؤثر ويتأثر ببقية العناصر، كما أن التأثير في أي عنصر ينتقل إلى بقية العناصر الأخرى، وهذا يبين النظرة إلى المنهاج كنظام باعتباره يتكون من مكونات تتكامل معاً في كل واحد هو المنهاج، وهذا النظام له مدخلاته كالأهداف التعليمية والمحتوى والخبرات وأساليب وطرق التدريس واستراتيجيات التقويم، كما أن له مخرجاته التي تتمثل في نوعية التغيرات السلوكية التي يُفترض حدوثها لدى المتعلم نتيجة مروره بالخبرات التعليمية، أي أن المنهاج هو كل مركب يتكون من عدد من العناصر، ولكل عنصر وظيفة تربطها بغيرها علاقات تبادلية.

وفيما يلي وصفاً مختصراً لكل عنصر من عناصر المنهاج:

1-الأهداف:

وهي النتاجات المتوقع حدوثها لدى المتعلم في ضوء إجراءات وإمكانات وقدرات معينة، وتعمل الأهداف على تحديد اتجاه العملية التربوية، وتعتبر معياراً يتم به تحديد المحتوى وتطوير أساليب وطرق التدريس أو استخدام وسائل التقويم.

وتنسم الأهداف إلي شقين هما: الأهداف العامة والأهداف الخاصة، وفيما توضيح لهما:

أولاً: الأهداف العامة وقد تم توزيعها على المجالات التالية:

- **في مجال المفاهيم والمعلومات الرياضية:**

1. إن يتزود الطالب بمعلومات الرياضية اللازمة من حقول المعرفة المختلفة.
2. أن ينمي الطالب فهمه لطبيعة الرياضيات كبناء منظم من المعرفة.
3. أن يزداد فهم الطالب للمحيط المادي الذي يعيش فيه.
4. أن يتعرف على لغة الرياضيات وخصائصها واستعمالاتها.
5. أن يتعرف على أنظمة قياس وبخاصة الأنظمة المترية.

- **في مجال المهارات الرياضية:**

1. أن يتزود الطالب بالمهارات الرياضية الأساسية اللازمة في حياته اليومية.
2. أن يستخدم المهارات الرياضية الأساسية في التخطيط لحياته الخاصة.
3. أن ينمي الطالب مهاراته في إجراء الحسابات الذهنية.
4. أن يستخدم وسائل متنوعة في إجراء الحسابات.
5. أن يستخدم لغة الرياضيات في التعبير عن مواقف حياتية.
6. أن يكتسب مهارة في تصنيف البيانات وجدولتها وتمثيلها بيانياً وقراءتها وتفسيرها.
7. أن يمثل العلاقات الرياضية بيانياً.
8. أن يستخلص معلومات تتضمنها رسومات بيانية معطاة.
9. أن يستخلص أدوات مختلفة.

- **في مجال تحسين أساليب التفكير وحل المشكلات:**

1. أن يستخدم الطالب الأسلوب العلمي في التفكير وذلك من خلال ما يلي:

- استخدام أساليب البرهان المنطقي في استنتاج علاقات رياضية من فرضيات معطاة.
- تعلم خطوات حل المسألة الرياضية واستخدامها في حل المشكلات الحياتية.
- تطبيق خطوات حل المسألة الرياضية في حل المشكلات الحياتية.
- التحقق من صحة الآراء ومن معقولية النتائج.
- تدعيم الآراء والاستنتاجات بالبيانات الضرورية.
- استخدام المنطق والعقلانية في محاكمة الأمور.

2. أن يكشف أوجه الشبه والاختلاف بين النماذج والعلاقات الرياضية.
3. أن يستخدم العلاقات بين الأشكال الهندسية في بعدين وثلاثة أبعاد في معالجة مشكلات حياتية.

- في مجال الاتجاهات والمواقف الإيجابية نحو الرياضيات:

1. أن يدرك الطالب الدور الحضاري والاجتماعي للمعرفة الرياضية وتطورها.
2. أن ينمي تذوقه للجمال والتناسق من خلال دراسته للأشكال الهندسية والبنى الرياضية.
3. أني ينمي ثقته بنفسه من خلال مواقف رياضية كالبرهان وحل المسألة الرياضية.
4. أن يبدي اتجاهاً إيجابياً نحو دراسة الرياضيات ويقدر العاملين في حقول المعرفة الرياضية.
5. أن يقدر دور العلماء الذي أسهموا في تقدم الرياضيات وبخاصة العلماء العرب والمسلمين.

ثانياً: الأهداف الخاصة:

ويتشكل الأساس لتحقيق الأهداف العامة. وقد تم توزيعها على المجالات التالية: المجال المعرفي، المجال الانفعالي.

أ) أهداف المجال المعرفي:

1-أهداف الاتصال: يتوقع من الطالب في مرحلة التعليم الأساسي أن:

- يعبر بواسطة الأعداد عن الكميات والمقاييس.
- يعبر عن أفكاره بدقة، ويستخدم لغة الترميز.
- يقرأ الأشكال والجداول والرسومات والإشارات التي تواجهه في حياته اليومية.

- ينظم المعلومات في جداول ويمثلها بأشكال ورسومات بيانية.
- يقدر ويقرب الكميات والقياسات.
- يحل ما يواجهه من مسائل حياتية تقوم على العمليات الرياضية.
- يطرح تساؤل محدد تقوم على مفاهيم ومهارات رياضية.
- يلاحظ الخصائص والعلاقات التي تربط بين المفاهيم والتعميمات الرياضية.

2.أهداف التفكير الرياضي:

1. يستخدم الأسلوب العلمي في التفكير (بما يتناسب مع مراحل نموه)، وذلك من خلال الفهم، والاستيعاب، ووضع الفرضيات واختبارها، التطبيق، الملاحظة، قياس الكميات المقارنة، الاستنتاج، التحليل، التعليل، التمييز، الاستقراء، الاستدلال التصنيف، التقديم، التقريب، التخطيط، البرهان.
2. يستخدم خطوات حل المسألة في حل المسائل والمشكلات التي تواجهه في حياته اليومية من خلال:
   - تحليل الموافق لتحديد المعطيات والمطلوب.
   - وضع مخطط الحل.
   - تنفيذ الحل.
   - مراجعة الحل للتحقق من صحته والحكم على معقولية النتائج والاستنتاجات التي توصل إليها.
3. ينمي قدرته على التفكير في الأبعاد.
4. يفكر بموضوعية بعيداً عن التعصب والانفعالات.
5. يبادئ في اقتراح الحلول للمسائل والمشاكل التي تواجهه. ينمي معارفه ذاتيا بالرجوع إلى مراجع ومصادر المعرفة الإضافية.

3- أهداف المهارات الرياضية الأساسية: يتوقع من الطالب أن:

- يجري العمليات الحسابية على الأعداد.
- يحل مسائل حياتية تستخدم فيها العمليات المختلفة على الأعداد.
- يستخدم مفاهيم النسبة والتناسب وغيرها في حل مسائل تطبيقية.
- يبوب البيانات ويعرضها باستخدام الجداول والأشكال، ويستخلص النتائج منها.
- يترجم المواقف الحياتية إلى لغة رياضية.
- يحل مسائل حياتية تستخدم فيها العمليات المختلفة على المقادير الجبرية.
- يحل معادلات جبرية ومثلثية.
- يحل متباينات في متغيرين على الأكثر.
- يحل أنظمة معادلات بثلاثة مجاهيل على الأكثر.
- يمثل العلاقات والاقتران بيانياً.
- يستخدم مفاهيم الهندسة التحليلية في إثبات صحة بعض تعميمات الهندسة المستوية ويجد الحل الهندسي.
- يجد معادلة الخط المستقيم والدائرة في المستوى.
- يحسب احتمال بعض الحوادث ويتنبأ باحتمالاتها.
- يستخرج بعض المقاييس الإحصائية مثل الوسط الحسابي والوسيط والانحراف المعياري من جداول تكرارية.
- يحسب الأطوال والمساحات والحجوم بوحدات النظام المتري.
- يحسب كلاً من الكتلة، الزاوية، درجة الحرارة، الزمن.
- يستخدم التقدير والتقريب في العمليات الحسابية.

- يصنف الأشكال الهندسية (المستوية والمجسمة) ويبرز خصائصها.
- يستخدم الأدوات الهندسية في رسم أشكال هندسية وفي الإنشاءات الهندسية.
- يثبت صحة بعض التعميمات الرياضية في كل من: الجبر والهندسة المستوية، والهندسة الفراغية، والمثلثات.
- يستخدم النسب المثلثية في حل مسائل تطبيقية.
- يطبق القواعد والمبادئ المتنوعة فيحل المسألة الرياضية.

ب) أهداف المجال الانفعالي: يتوقع من الطالب أن:

- يقدر دور العلماء اللذين أسهموا في تقدم الرياضيات وبخاصة العلماء العرب والمسلمون.
- يتذوق الجمال والتناسق في الأشكال الهندسية والبنى الرياضية.
- يعتمد الدقة والتنظيم والترتيب والسرعة في إنجاز العمل في حياته الاجتماعية.
- يعي موقع الرياضيات وأهميتها في حياته العامة والخاصة.
- يدرك دور الرياضيات في العلوم الأخرى.
- يثق بنفسه من خلال النجاح في إجراء العمليات وقدرته على التبرير والتعليل.
- يبادئ في اقتراح الحلول للمسائل والمشاكل التي تواجهه.
- يبدي اتجاهاً إيجابياً نحو دراسة الرياضيات ومتابعتها.
- يقدر العاملين في حقول العلوم والرياضيات ودورهم.
- يستخدم الرياضيات في القيام بنشاطات ترفيهية كالألغاز والزخارف.

2-المحتوى:

ويشمل الخبرات التعليمية من معلومات ومهارات واتجاهات تعمل على تحقيق أهداف المنهاج. ويمكن تنظيم محتوى المنهاج من خلال مراعاة ما يلي: (أبو زينة: 2003)

أ- **التنظيم السيكولوجي**: وهو التنظيم الذي يأخذ بعين الاعتبار نضج المتعلم واهتمامه وخبراته واستعداداته، فلا يمكن تقديم موضوع جديد إلا بعد دراسة مدى ملاءمة الموضوع للخصائص النمائية للطلبة.

ب- **التنظيم المنطقي**: ويعني أن المادة يتم عرضها وتقديمها في المنهاج حسب الترتيب المنطقي لها، ويكون التأكيد على المفاهيم الرئيسة والمبادئ الأساسية للمادة.

وعند تنظيم محتوى المنهاج لابد من مراعاة ثلاثة أمور هي:

أ- **الاستمرار**: ويعني عدم إعطاء الموضوع للطلب دفعة واحدة، بل يوزع على مواقف متعددة وعلى صفوف مختلفة، فمثلاً يعطي موضوع الإحصاء للطلبة في عدة صفوف ولا يتم إعطاؤه في صف واحد فقط.

ب-**التسلسل**: ويعني إحكام الربط بين الفقرات وتنظيمها، بحيث تبنى على بعضها ولا تعرض للطالب أية موضوعات إلا إذا تعرض لمتطلباتها السابقة.

ت-**التكامل**: ويعني تنظيم المادة في وحدات مترابطة وشاملة لجميع الجوانب المرتبطة بموضوع الوحدة، ويتم ذلك من خلال توضيح العلاقات المتداخلة بين أجزاء المادة الواحدة وبينها وبين المواد الأخرى.

بالإضافة إلى ما سبق يشكل المحتوى الأساس لاشتقاق المفاهيم الجزئية لصفوف المرحلة الأساسية، وإطار العام للمفاهيم والمهارات الرئيسية التي يتوخى اكتسابها في صفوف المرحلة الأساسية. وفي ما يلي عرض موجز لمحتويات مناهج الرياضيات وتوزيعها على الصفوف الأربعة الأولى من المرحلة الأساسية الدنيا.

الصف الأول	الصف الثاني
الأعداد والعمليات عليها	
▪ الأعداد 0-99 ▪ حقائق الجمع، الجمع بدون حمل. ▪ حقائق الطرق، الطرح بدون استلاف. ▪ الكسور نصف، ربع (دون كتابة).	▪ الأعداد 0-999 ▪ الجمع والطرح (مع الحمل والاستلاف) ▪ حقائق الضرب حتى 5×5 ▪ القسمة ضمن حقائق الضرب. ▪ الكسور نصف، وربع ، وثلاثة أرباع، وثلثين
مفاهيم حسابية وتطبيقات	
	▪ الأعداد الزوجية والفردية. ▪ مسائل تطبيقية ذات خطوة واحدة.
الهندسة	
التعرف على: ▪ الكرة ومتوازي المستطيلات. ▪ المستطيل والدائرة.	التعرف على: ▪ الاسطوانة والمخروط والمكعب. ▪ المثلث والمربع. ▪ تطابق الأشكال الهندسية المستوية عملياً.
القياس	
▪ النقد: القروش والدرهم. ▪ الطول: وحدات الطول غير القياسية مثل الشبر، القدم. ▪ الزمن: أيام الأسبوع واليوم كوحدة لقياس الزمن.	▪ النقد: الدينار ونصف الدينار وربع الدينار. ▪ الطول: السنتمتر والمتر. ▪ الزمن: الساعة كوحدة لقياس الزمن، قراءة الساعة بالأنصاف والأرباع، الشهر كوحدة لقياس الزمن وعلاقته

	بالسنة، الفصول الأربعة.
أساسيات الرياضيات	
▪ خاصية التبديل لعملية الجمع على الأعداد. ▪ استعمال الإشارات +، -، =	▪ خاصية التبديل لعملية الضرب على الأعداد. ▪ المقارنة بين الأعداد ▪ الإشارات + ، - ، × ، ÷، /، =
الصف الثالث	الصف الرابع
الأعداد والعمليات عليها	
▪ الأعداد صفر – 9999 ▪ الجمع والطرح ضمن أربع منازل على الأكثر. ▪ حقائق الضرب والقسمة ضمن العدد 100. ▪ بناء جداول الضرب. ▪ ضرب عدد مكون من رقمين أو ثلاثة فثي عدد مكون من رقم واحد. ▪ قسمة عدد مكون من رقمين أو ثلاثة على آخر مكون من رقم واحد. ▪ الكسور التي مقاماتها 6، 8، 10	▪ الأعداد ضمن 7 منازل ▪ الجمع والطرح ضمن 7 منازل على الأكثر. ▪ ضرب عدد في عدد مكون من ثلاث منازل على الأكثر. ▪ القسمة على أن يكون المقسوم عليه عدداً مكوناً من منزلتين على الأكثر. ▪ الكسور العادية. ▪ جمع وطرح الكسور العادية بحيث لا يزيد المقام عن منزلتين. ▪ الكسور العشرية المكونة من منزلتين عشريتين على الأكثر. ▪ جمع وطرح الكسور العشرية ضمن منزلتين عشريتين.

مفاهيم حسابية وتطبيقات	
مسائل تطبيقية تتناول: ▪ وحدات النقد الأردني. ▪ وحدات الطول. ▪ وحدات الوزن. ▪ وحدات الزمن. ▪ مسائل تطبيقية ذات خطوتين على الأكثر.	▪ الأعداد الزوجية والفردية والتمييز بينهما. ▪ العامل (القاسم) والمضاعف. ▪ قابلية القسمة على 2، 3، 5 (ضمن 100) ▪ مسائل تطبيقية ذات خطوتين على الأكثر على العمليات الأربعة.
الهندسة	
▪ التعرف على: النقطة والقطع المستقيمة. ▪ رسم القطعة المستقيمة على ورق المربعات. ▪ رسم الأشكال الهندسية، المثلث والمربع والمستطيل والتعرف على رؤوس وعدد أضلاع كل منها.	▪ التعرف على الشعاع والزاوية. ▪ أنواع الزوايا: القائمة والحادة المنفرجة. ▪ أنواع المثلث من حيث الزوايا والأضلاع. ▪ التعرف على المكعب ومتوازي المستطيلات. ▪ رؤوس وأحرف وأوجه كل من: المكعب ومتوازي المستطيلات.
القياس	
▪ النقد: الفلس ▪ الطول: الكيلو متر، الديسمتر، المليمتر ▪ الزمن: قراءة الساعة بشكل عام،	▪ الطول: إيجاد أطوال القطع المستقيمة لأقرب سم بالقياس. ▪ إيجاد محيط بعض الأشكال الهندسية البسيطة المغلقة مثل الربع والمستطيل

الدقيقة والثانية. ■ الكتلة/ الوزن: الكيلو غرام والغرام. ■ السعة: استخدام وحدات غير قياسية في المقارنة بين مختلف السعات.	والمثلث بالقياس. ■ التحويل بين مختلف وحدات الطول المترية. ■ المساحة: استخدام وحدات غير قياسية في مقارنة بين المساحات. ■ الزاوية: استخدام الزاوية القائمة في التعرف على أنواع الزوايا. ■ السرعة: كيلو متر/ الساعة.
أساسيات الرياضيات	
■ خاصية التجميع لعملية الجمع على الأعداد. ■ خاصية توزيع الضرب على الجمع. ■ استعمال الإشارات >، < ، =	■ خاصية التجميع لعملية الضرب على الأعداد. ■ جمل مفتوحة تتضمن +، − ، ×

3-الأساليب والوسائل والأنشطة:

وهي مجموعة الإجراءات التي قوم بها كل من المعلم والمتعلم من أجل تحقيق الأهداف، وتكون الأنشطة تعليمية أو تعليمية، فالأنشطة التعليمية هي التي يقوم بها المعلم أما الأنشطة التعليمية فهي التي قوم بها المتعلم.

وتمثل الأنشطة حلقة وصل بين الطالب والمعرفة، فهي الوسيلة التي تزود الطالب بالمعلومات والمهارات والاتجاهات التي تحددها مادة المنهاج.

4-التقويم:

وهو العملية التي يتم بواسطتها تقدير مدى تحقق الأهداف المخطط لها لدى المتعلم واتخاذ القرارات الضرورية بخصوصها.

وتمر عملية التقويم في عملية التدريس بثلاثة مراحل هي:

أ- **تقويم التعلم القبلي**: وهي تقويم الخبرات السابقة الضرورية للتعلم الجديد للحكم على مدى امتلاك الطلبة لها قبل البدء بالتعلم الجديد، أو هو عملية تقويمية الغرض منها الكشف عن الأساس المعرفي لاكتساب الخبرات الجديدة.

ب-**التقويم التكويني**: وهو التقويم الذي يحدث أثناء عملية التعلم للحكم على مدى سير الطلبة في الاتجاه الصحيح نحو بلوغ الأهداف، أو هو عملية تقويمية تحدث أثناء التدريس وتهدف إلى تزويد المعلم والمتعلم بتغذية راجعة لتحسين عملية التعليم والتعلم ومعرفة مدى تحقيق تقدم التلاميذ.

ت- **التقويم الختامي**: هو عملية تقويمية تهدف إلى قياس ما تعلمه المتعلمين خلال فترة زمنية معينه.

مبادئ وقواعد عامة لتدريس مناهج الرياضيات:

يجمع المربون على أن من الصعب وضع قواعد ومبادئ عامة وثابتة يتبعها المعلمون في تدريسهم، فالعملية التربوية تفاعل بين المعلم والطالب والمدرسة والبيت والبيئة، لذا تختلف طرق التدريس باختلاف هذه التغيرات، تجدر الإشارة إلى أن هناك بعض الآراء والمبادئ العامة التي يتفق عليها الكثير من المربين وتتعلق بالممارسات الصفية، نورد فيما يلي بعضاً منها :

1) **مراعاة الفروق الفردية:**

ويتطلب هذا من المعلم استخدام أساليب ووسائل متنوعة في التعلم تلبي حاجات الطلاب الفردية، كأن يستخدم الأسلوب الفردي في التعلم، أو تقسيم الطلاب إلي مجموعات صغيرة يعمل أفراد كل منها متعاونين لإنجاز العمل المطلوب .

2) **التعلم بالعمل والمشاركة:**

يتعلم الطلاب الرياضيات بطريقة أفضل عن طريق العمل والمشاركة الفعالة في الأنشطة التي تتيح لهم تطبيق ما تعلموه، وعلى المعلم إشراك الطلاب بصورة جيدة ومناقشة الأفكار وتكليفهم بوظائف تستدعي التفكير .

3) التعلم بالاكتشاف:

أن أساليب التدريس التي تشجع الطلبة على اكتشاف الأفكار والحلول بأنفسهم تولد عندهم شعوراً بالرضي والرغبة في مواصلة العمل والتعلم .

4) التتابع في التعلم :

المعرفة الرياضية تراكمية، وهرمية، تكون فيها المفاهيم الأولية اللبنات الأساسية والقاعدة العريضة لهذا الهرم، وهناك المفاهيم والمهارات والمبادئ التي تبني على المفاهيم الأولية، لذا يصعب تعلم مفهوم جديد دون التمكن من المفاهيم السابقة ذات العلاقة. وإن إعطاء الموضوع الجديد دفعة واحدة لا يحقق تكامل عناصره جميعها، بل قد يهدم ويعيق تقدم الطالب للوصول إلي قمة الهرم.

1) التدريب يعزز تعلم المفاهيم واكتساب المهارات الرياضية:

التدريب ضروري في عملية التعلم وخاصة في اكتساب المهارات، وتكمن أهمية التدريب في كونه وسيلة لحفظ التعلم من الضياع واستبقاؤه لفترة أطول، والتدريب الموزع على فترات أفضل من التدريب دفعة واحدة.

2) التعزيز:

النقد المتواصل للمتعلم وعدم تشجعيه بضعف من عزيمته، ويقلل من ثقته بنفسه، أما التشجيع المتواصل واستثارة دافعية المتعلم فإنها تحفزه على الاستمرار في التعلم، ويدفعه إلى الأمام وتنمي لديه اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات، ومما يساعد على دوام التعلم: التدريب والمراجعة والتطبيق .

3) التدرج في التعليم :

على المعلم أن يحرص على عدم إعطاء وتدريس موضوع جديد في الرياضيات دفعة واحدة، بل عليه أن يتذكر أن تعليم أي موضوع جديد في الرياضيات يمر بأربع مراحل أساسية هي:

1. التعليم من أجل الفهم الأولى للموضوع .
2. التعليم من أجل تعميق الفهم والاستيعاب .
3. التعليم من أجل التطبيق والانتقال إلي مواقف أخرى.
4. التعليم من أجل دوام التعلم واستبقاؤه .

وفيما يلي شرح موجز لهذه النقاط:

1-الفهم الأولي للمادة الجديدة أو للموضوع:

من الطبيعي أن لا يكون الطالب أو الطالبة قادر على استيعاب وفهم أي موضوع جديد غير مألوف، ولذا كان لزاماً على المعلم أو المعلمة طرح بعض الأسئلة المنتقاة لاستثارة تفكير الطلبة لاكتشاف الحقائق والعلاقات الجديدة بأنفسهم.

2-تعميق الفهم والاستيعاب:

هذه المرحلة هي مرحلة عمل ذاتي من قبل الطالب أو الطالبة تتاح لهم فيها فرص العمل والتفكير ليكتسبوا إدراكاً أوسع في تعلم مفاهيم جديدة، ويجب أن تتاح لهم فرصة التفكير في مسائل جديدة ليروا كيف تستخدم هذه الأفكار والمبادئ في حلها.

3-التعليم بهدف التطبيق والانتقال إلي مواقف أخرى:

مرحلة انتقال التعلم تعني أن أداء مهمة ما أو خبرة تعليمية ما في موقف ما يؤثر على أداء مهمة لاحقة أو تعلم خبرة قادمة جديدة، ومن هذا المنطلق يجب أن تكون مرحلة انتقال التعلم على قمة أهداف تدريس الرياضيات، فقد يكون الانتقال ايجابياً أو سلبياً، ومن أمثلة انتقال التعلم هو تعلم خوارزمية الضرب مثلاً، والمهارة المكتسبة ينقل إلى تعلم خوارزمية القسمة ويؤدي إلى إتقان مهارة القسمة.

4-التعليم بهدف أجل دوام التعلم واستبقاؤه:

أي موضوع جديد يتعلمه الطالب أو الطالبة قابل للنسيان بسرعة إلا إذا حفظ عن طريق التطبيق والتدريب وللاستفادة من هذه المرحلة علينا بالسبل التالية:

- التدريب: فالتدريب وسيلة أساسية للتأكيد على المفاهيم الجديدة، فإذا أريد أن يكون تعلم الرياضيات فاعلاً وجب تلازم الفهم جانب الكفاية في إجراء العمليات.
- المراجعة: فهي مرتبطة بالتدريب فكليهما يتميزان بتعميق استيعاب الطالب، ويهدفان إلى تثبيت المفاهيم الجديدة.
- التطبيق: يعد تعلم الطالب أو الطالبة جيداً تبقى مشكلة الاحتفاظ بما تعلموه ومن غير تطبيق استعمال مستمرين تصبح المفاهيم غامضة.

الوحدة الثالثة

الأهداف التربوية وتحليل المحتوى

مفهوم الهدف التربوي

مصادر اشتقاق الأهداف التربوية

أهمية تحديد الأهداف في التدريس

مستويات الأهداف التربوية

شروط صياغة الأهداف التعليمية

مكونات الهدف السلوكي

ممارسات خاطئة في صياغة الأهداف السلوكية

تصنيف الأهداف السلوكية

الوحدة الثالثة

الأهداف التربوية

مفهوم الهدف التربوي:

تعتبر الأهداف أحد أهم عناصر المنهاج لأنها تمثل الأساس الصحيح لكل نشاط تعليمي هادف، حيث تعمل على توجيه العمل التربوي إلى ما نسعى إلى تحقيقه من نتائج للتعليم المرغوب فيه، كما تشكل الأهداف معياراً يتم به تحديد المحتوى وتطوير أساليب وطرق التدريس واستخدام وسائل التقويم.

ولابد لكل عمل نقوم به أن يكون له هدف يمثل الغاية التي نسعى الوصول إليها، وهذا يحتاج إلى نشاط أو خبرة لابد من أن يمر فيها الفرد لتحقيق الهدف المرغوب.

والهدف التربوي هو أي تغيير يراد إحداثه في سلوك المتعلم بعد مروره بخبرة تعليمية، وهذا التغيير يجب أن يُصاغ صياغة واضحة ومحددة في جملة معبرة تسمى العبارة الهدفية.

مصادر اشتقاق الأهداف التربوية:

تشتق الأهداف التربوية والتعليمية من عدة مصادر، ولكل مصدر أهميته ووزنه في عملية اشتقاق الأهداف، ومن هذه المصادر:

1- **فلسفة المجتمع:** لكل مجتمع مبادئ تقوم عليها فلسفته، وهذه المبادئ تُحدد الأهداف التي يسعى المجتمع لبلوغها عن طريق تربية أفراده بأسلوب وطريقة معينة، فالمجتمع يتوقع من التربية أن تخلق أفراداً لديهم من المعلومات والمهارات والاتجاهات ما يجعلهم قادرين على تحقيق أهدافه. (الوكيل والمفتي: 1998)

2- **فلسفة التربية:** ترتبط فلسفة التربية بفلسفة المجتمع، لذا فإن أهداف التربية حيث نموه وحاجاته وميوله وقدراته واهتماماته لخلق الدافعية لديه للإقبال على التعلم، وليس المهم فقط ما يجب أن يتعلمه الفرد بل يجب أن يؤخذ بعين الاعتبار خصائص المتعلم، وفي ضوئها يتم تحديد الأهداف التي تتمشى مع حاجاته وقدراته واهتماماته واستعداداته، كما يحتاج واضعو المناهج إلى معرفة كيف يتعلم الفرد في ضوء نظريات التعلم المختلفة.

3- **المادة الدراسية:** تتخذ التربية من المواد الدراسية وسائل لتحقيق أهدافها، لذا يجب أن تتسق أهداف المواد الدراسية مع أهداف التربية.

4- الخصائص النمائية للتلاميذ وحاجاتهم، وميولهم ودوافعهم، وقدراتهم العقلية.

5- التحديات المعرفية التي يتواجه المجتمع نتيجة التطور العلمي والتكنولوجي.

6- محاولات التكيف مع البيئة أو السيطرة عليها.

وتختلف الأهداف باختلاف المادة الدراسية، وهذا يعني وجوب مراعاة أهداف كل مادة مع بنيتها المعرفية، كما أن المعرفة متغيرة وفي ازدياد مستمر، حيث يقدر العلماء أن (90٪) من المعرفة اليوم تم اكتشافها في السنوات الستين الأخيرة، وهذا الانفجار المعرفي يؤثر في الأهداف وطبيعتها.

أهمية تحديد الأهداف في التدريس:

تكمن أهمية تحديد الأهداف في التدريس فيما يلي: (حمدان: 2005)

1-تحديد الأهداف ضروري لاختيار الخبرات السابقة المناسبة:

تعتبر الخبرات السابقة حلقة وصل بين ما يعرفه الطالب وما يحتاج لمعرفته قبل البدء بالتعلم الجديد، فمثلاً إذا كان الهدف المراد تحقيقه هو:

أن يجد الطالب ناتج جمع عددين كل منهما مكون من منزلتين دون حمل.

فإن محتوى الهدف يتضمن أن المعرفة السابقة الضرورية لتحقيق هذا الهدف هي حقائق الجمع، لذا فإن على المعلم قياس مدى معرفة الطلبة بحقائق الجمع قبل البدء بتقديم الموضوع الجديد وهو جمع عددين من منزلتين دون حمل.

2-تحديد الأهداف ضروري لاختيار النشاط التعليمي المناسب:

لتحقيق أي هدف يحتاج الطالب إلى المرور بنشاط أو خبرة يقوم المعلم بالتخطيط والإعداد لها، والنشاط الهداف هو النشاط الذي يرتبط ارتباطاً وثيقاً بالهدف، فمثلاً إذا كان الهدف المراد تحقيقه هو:

"أن يجد الطالب طول قطعة مستقيمة باستخدام المسطرة المدرجة"

فإنه لتحقيق هذا الهدف يجب أن يُخطط المعلم لنشاط يتضمن توفير قطع مستقيمة بأطوال مختلفة ومسطرة مدرجة يستخدمها الطالب لقياس أطوال القطع المستقيمة.

3-تحديد الهداف ضروري لعملية التقويم السليمة:

لابد لكل عملية تعليم من تقويم لمعرفة مدى تحقق الهدف الذي تم التخطيط له وتنفيذه، والتقويم السليم للهدف هو الذي قيس التغيير المتوقع في سلوك المتعلم نتيجة مروره بخبرة، فمثلاً إذا كان الهدف المراد تحقيقه هو:

أن يكتب الطالب عدداً من ثلاث منازل بالطريقة التحليلية.

فإنه لقياس المدى تحقق الهدف يجب أن يكون النشاط التقويمي على الصورة التالية: أكتب الأعداد التالية بالطريقة التحليلية: 364 ، 180 ، 907

مستويات الأهداف التربوية:

يمكن تصنيف الأهداف التربوية إلى ثلاثة مستويات، وهي:

1- الأهداف بعيدة المدى:

وتمثل النتائج المرغوب فيها من الناحية التربوية وتعتبر من أكثر مفاهيم الأهداف شمولاً، وتحتاج إلى وقت طويل لتحقيقها قد يشمل جميع المراحل الدراسية،

لذا فإنه يمكن تسميتها أهدافاً بعيدة المدى، مثال: إعداد المواطن الصالح أو الإنسان الصالح.

2-الأهداف متوسطة المدى:

وهي الأهداف التي تطرح لمادة دراسية أو برنامج دراسي تربوي محدد، ولا تحتاج إلى وقت طويل لتحقيقها، كما أن الوقت الذي تحتاجه هذه الأهداف لإمكانية تحقيقها ليس قصيراً لذا فإن هذه الأهداف تسمى أهدافاً متوسطة المدى.

ومن الأمثلة على الأهداف العامة التربوية في مادة الرياضيات ما يلي:

- تزويد الطلبة بالمهارات الأساسية في الرياضيات كالجمع والطرح والضرب والقسمة.
- تنمية مهارة حل المسألة الرياضية لدى الطلبة.
- بيان علاقة الرياضيات بميادين المعرفة الأخرى كالعلوم.
- تدريب الطلبة على استخدام الأدوات الهندسية.
- تدريب الطلبة على إجراء الحسابات المختلفة باستخدام وحدات المقاييس المختلفة مثل النقود والأوزان والأطوال.
- تنمية عدد من القيم المهمة لدى الطلبة مثل الدقة والنظام والموضوعية.

4-الأهداف قصيرة المدى:

وتمثل العبارات التي يحاول المعلم وطلبته تحقيقها داخل غرفة الصف، وتعمل على التطبيق الفعلي للمنهاج المدرسي والقيام بتنفيذه، وترجمة الأهداف العامة إلى أهداف أبسط تحتاج إلى وقت قصير نسبياً لتحقيقها، قد يستغرق حصة أو جزءاً من الحصة، لذا فإنها تسمى أهدافاً قصيرة المدى.

ومن الأمثلة على الأهداف التعليمية في مادة الرياضيات ما يلي:

- أن يُعرف الطالب مفهوم العدد الزوجي.

- أن يُحدد الطالب العملية التي تتطلبها حل مسألة.
- أن يحسب الطالب مساحة منطقة مستطيلة الشكل علم طولها وعرضها.
- أن يقارن الطالب بين المستطيل والمربع موضحاً أوجه الشبه والاختلاف بينهما.
- أن يحل الطالب مسألة (مكونة من خطوتين أو أكثر) على العمليات الأربعة على الأعداد.
- أن يبين الطالب كفاية أو عدم كفاية البيان لحل مسألة ما.

شروط صياغة الأهداف التعليمية:

لصياغة الهدف التعليمي بطريقة صحيحة، هناك عدة شروط منها:

1- أن يصاغ الهدف بشكل يوضح السلوك الذي يقوم به المتعلم.

2- أن يصاغ الهدف بشكل يجعله قابلاً للقياس.

3- أن يصاغ الهدف بشكل يعكس ناتج التعلم وليست عملية التعلم ذاتها.

4- أن يحتوي الهدف على ناتج تعليمي واحد على الأكثر.

مكونات الهدف التعليمي:

لاحظ الهدف التعليمي التالي: أن يرسم الطالب مربعاً علم طول ضلعه، باستخدام المسطرة، بدقة 90٪.

يتكون الهدف التعليمي من أربعة عناصر هي:

1- **فعل السلوك**: ويكون واضحاً ومحدداً وقابلاً للقياس، فمثلاً في الهدف التعليمي السابق يمكن قياس الفعل "يرسم" بشكل واضح ومحدد.

2- **المحتوى**: ويمثل المادة التعليمية التي سيتم تعليمها أو جزءاً منها، فمثلاً في الهداف التعليمي السابق يكون المحتوى هو "مربعاً علم طول ضلعه"

3- **الظرف:** وهو الذي يتم فيه فعل السلوك للوصول إلى تحقيق الهدف، فمثلاً في الهدف التعليمي السابق يكون الظرف هو "باستخدام المسطرة"

4- **المعيار:** وهو مستوى قبول تحقق الهدف بالنسبة للمتعلم، فمثلاً في الهدف التعليمي السابق يكون المعيار هو "بدقة 90٪".

ممارسات خاطئة في صياغة الأهداف السلوكية:

يقع كثير من المعلمين في أخطاء شاسعة عند صياغتهم لأهدافهم، ومن هذه الأخطاء :

1- **وصف سلوك المعلم:** وهو أكثر الأخطاء شيوعاً،ومثال ذلك :

- مساعدة التلميذ على زيادة قدرته على القراءة.
- تنمية القدرة الحاسبية عند التلاميذ.

2- **صياغة الهدف بدلالة طريقة التعلم بدل النتاجات التعليمية**، ومثال ذلك :

- تدريب التلاميذ على استعمال المهجر.
- يبحث التلاميذ عن الكلمات الصعبة في آية قرآنية .

3- **اتخاذ اسم الموضوع كهدف**، ومثال ذلك :

- أسباب الثورة الفرنسية .
- المبتدأ والخبر.

4- **احتواء الهدف على أكثر من نوع من السلوك**، ومثال ذلك :

- أن يقرأ التلميذ، ويفسر آية قرآنية معينة .
- يشرح التلميذ تكوين السحب، وكيفية حدوث المطر .

5- استخدام أفعال صعب القياس مثل : يزيد، يكتسب، يدرك، ينمي، يقدر، يتعلم .

تصنيف الأهداف السلوكية:

صنف بلوم ورفاقه الأهداف التربوية إلى ثلاثة مجالات هي:

1- المجال المعرفي.

2- المجال الوجداني.

3- المجال النفسحركي.

ونقدم فيما يلي تفصيلاً لكل مجال ومستوياته مع ذكر أمثلة على كل مستوى:

أولاً- المجال المعرفي:

ويتعامل مع العمليات العقلية للمتعلم بمختلف مستوياتها من مجرد استرجاع المعلومات التي قرأها أو سمعها، إلى فهم وتطبيق ما تعنيه، إلى تحليل ما بينها من علاقات متداخلة، إلى تجميع الأجزاء وإخراجها في قالب جديد، ومن ثم إلى الحكم على مضمونها من حيث الدقة والموضوعية والحداثة. (سعادة: 2001)

وقد صنف بلوم المجال المعرفي إلى ستة مستويات مرتبة هرمياً كما يلي:

1-مستوى المعرفة أو التذكر:

ويمثل أدنى مستويات المجال المعرفي، ويعني تذكر المعلومات التي تم تعلمها من خلال استدعائها من الذاكرة أو التعرف عليها.

ومن الأمثلة على الأهداف في مستوى المعرفة في مادة الرياضيات ما يلي:

- أن يُعرف الطالب المربع بدقة.
- أن يذكر الطالب حقائق الضرب ضمن 5 × 5 بنسبة صواب (90٪)
- أن يسمي الطالب الأعداد الزوجية من 1- 10.

- أن يُعدد الطالب الأعداد الأولية من 1-10.
- أن يتعرف الطالب على مفهوم العدد الزوجي.
- أن يذكر الطالب قاعدة تحديد العدد الزوجي بشكل صحيح.
- أن يذكر الطالب نص قانون مساحة المستطيل دون أخطاء.

2-مستوى الفهم أو الاستيعاب:

يعتبر من المستويات الدنيا في المجال المعرفي، حيث يتطلب الأمر من المتعلم القدرة على إدارك المعاني الخاصة بالمادة التي يقرأها أو يسمعها أو يشاهدها ويفهم معناها الحقيقي ثم يصياغها بأشكال جديدة.

ومن الأمثلة على الأهداف في مستوى الفهم والاستيعاب في مادة الرياضيات ما يلي:

- أن يحدد الطالب المعطيات الواردة في المسألة الرياضية دون أخطاء.
- يعطي مثالاً على العلاقة بين الضرب والقسمة .
- أن يمثل الطالب العدد عشرة آلاف في لوحة المنازل.
- أن يحول الطالب المسائل اللغوية إلى مسائل حسابية.
- أن يكمل الطالب المتتاليات العددية بطريقة صحيحة.
- أن يستخلص الطالب معلومات من جدول بياني بدقة.
- أن يُفسر الطالب الرسم البياني المعطى بنسبة صواب (90٪)
- أن يُحدد الطالب العملية التي تتطلبها حل مسألة بشكل صحيح.
- أن يوضح الطالب خطوات إجراء قسمة عدد على عدد آخر دون أخطاء.

3-مستوى التطبيق:

ويتطلب من الطالب تطبيق المفاهيم والتعميمات والمهارات التي درسها وفهمها في مواقف تعليمية جديدة:

ومن الأمثلة على الأهداف في مستوى التطبيق في مادة الرياضيات، ما يلي:

- ان يحل الطالب المسألة الرياضية (ذات خطوة واحدة) على جمع الأعداد بدقة.
- أن يرسم الطالب دائرة نصف قطرها 3 سم.
- ان يضرب الطالب عدد مكون من ثلاثة منازل في أخر مكون من منزلة واحده.
- أن يجد الطالب ناتج قسمة عدد من (3) منازل على عدد من منزلة واحدة دون باقي دون أخطاء.
- أن يستخدم الطالب الآلة الحاسبة لإيجاد ناتج ضرب عددين كل منهما مكون من (3) منازل دون أخطاء.
- أن يستخدم الطالب الأدوات الهندسية لرسم مربع علم طول ضلعه بدقة.

4-مستوى التحليل:

ويتطلب من الطالب القيام بتجزئة المادة التعليمية إلى عناصر ثانوية أو فرعية وإدراك ما بينها من علاقات أو روابط: مما يؤدي إلى فهم بنيتها.

ومن الأمثلة على الأهداف في مستوى التحليل في مادة الرياضيات، ما يلي:

- أن يُقارن الطالب ين المربع والمستطيل موضحاً أوجه الشبه والاختلاف بينهما بنسبة (80٪).
- أن يميز الطالب ين المكعب ومتوازي المستطيلات موضحاً أوجه الشبه والاختلاف بينهما.
- أن يُحدد الطالب العمليات الحسابية التي تتطلبها حل مسألة تتضمن أكثر من عملية حسابية واحدة دون أخطاء.
- أن يُفرّق الطالب بين القطعة المستقيمة والمستقيم بدقة.

- أن يفرق الطالب بين مجموعة الأعداد الفردية ومجموعة الأعداد الزوجية بدقة.
- أن يُحلل الطالب عدداً مؤلفاً من (3) أرقام مبيناً القيمة المنزلية لكل رقم بدون أخطاء.
- أن يستنتج الطالب أن عملية جمع الأعداد تحقق الخاصية التبديلية بشكل صحيح.

5-مستوى التركيب:

ويتطلب من الطالب وضع الأجزاء المكونة للمادة التعليمية مع بعضها في مضمون جديد لم يكن موجوداً من قبل.

ويعتبر مستوى التركيب عملية عكسية لمستوى التحليل، فالتحليل هو تجزئة المادة إلى عناصرها بينما التركيب هو تجميع العناصر في كل متكامل.

ومن الأمثلة على الأهداف في مستوى التركيب في مادة الرياضيات ما يلي:

- أن يرتب الطالب مجموعة أعداد ترتيباً تصاعدياً بشكل صحيح.
- أن يكتب الطالب مقالة قصيرة عن أهمية الرياضيات في الحياة اليومية دون أخطاء.
- أن يستقرئ الطالب حاصل جمع عدد زوجي مع عدد زوجي يساوي عدد زوجي.
- أن يكون الطالب أكبر عدد من مجموعة أعداد معطاة له.
- أن يربط الطالب بين التعميمات المتعلقة بجمع الأعداد والتعميمات المتعلقة بضرب الأعداد بنسبة صواب (90٪).
- أن يقترح الطالب خطة لتدريس زملائه مفهوم العدد الزوجي بشكل صحيح.

6-مستوى التقويم:

ويتطلب من الطالب الحكم على قيمة الأشياء أو الأحداث أو غيرها مما كان قد تعلمه سابقاً، ويكون هذا الحكم مبنياً على معايير داخلية تنبع من معتقداته ومعايير خارجية يكون المتعلم متأثراً فيها بالظروف المحيطة بالحدث.

ومن الأمثلة على الأهداف في مستوى التقويم في مادة الرياضيات ما يلي:

- أن يبين الطالب كفاية أو عدم كفاية البيانات لإيجاد حل للمسألة الرياضية دون أخطاء.
- أن يختار الطالب مع إبداء الأسباب الطريقة الأكثر ملاءمة لكتابة العدد المكون من عدة منازل بالطريقة التحليلية بشكل صحيح.
- أن يتحقق الطالب من صحة الإجابات.
- أن يحكم الطالب على أهمية إتقان العمليات الحسابية في تسهيل أداء الأعمال الحياتية.
- أن يُبدي الطالب رأيه في استخدام الآلة الحاسبة في غرفة الصف في مادة الرياضيات.
- أن يحكم الطالب على الدور الذي تلعبه الرموز في مادة الرياضيات بشكل صحيح.

ثانياً- المجال الوجداني (الانفعالي):

صنف (كراثوول) المجال الوجداني إلى خمسة مستويات تتعامل جميعها مع القيم والمشاعر. وهذه المستويات هي:

1- **الاستقبال:** ويطلب من المتعلم في هذا المستوى إبداء الرغبة في الاهتمام بقضية ما أو موضوع معين أو مشكلة عامة، وغالباً ما يكون دور الطالب محدداً وسلبياً، بحيث لا يتعدى مجرد الاهتمام أو إبداء الرغبة، مثال: أن يبدي

الطالب رغبة في مساعدة زملائه من الطلبة ذوي التحصيل المتدني في مادة الرياضيات.

2- **الاستجابة:** ويطلب من المتعلم في هذا المستوى المشاركة الفعلية في القضية بعد قبول الاستجابة والرغبة فيها، أي أن دور الطالب لا يقف عند حد الاهتمام بالقضية كما كان في مستوى الاستقبال، مثال: أن يتحمل الطالب المسئولية في حل مشكلة معاناة زملائه ذوي التحصيل المتدني في مادة الرياضيات.

3- **التقييم أو التثمين:** ويطلب من الطالب في هذا المستوى أن يظهر قيمة الظاهرة أو الحدث الذي استقبله واستجاب له سابقاً، مثال: أن يقدّر الطالب جهود الطلبة في مساعدة زملائهم ذوي التحصيل المتدني في مادة الرياضيات.

4- التنظيم: ويطلب من المتعلم في هذا المستوى تنظيم المعتقدات والاتجاهات حول الظاهرة أو القضية، والمقارنة بينها وحل بعض التناقضات الموجودة فيما بينها، وبناء نظام متماسك من المعتقدات والاتجاهات، مثال: أن يرسم الطالب خطة للتخفيف من معاناة بعض زملائه ذوي التحصيل المتدني في مادة الرياضيات.

5- **تشكيل الذات (التذويب):** تتشكل لدى المتعلم في هذا المستوى فلسفة معينة تميزه عن غيره من الأفراد، حيث يتشكل لديه نظام من القيم تتحكم في سلوكه لفترة طويلة تعمل على تطوير نمط الحياة التي يعيشها ذلك الفرد، مثال: أن يؤمن الطالب بأهمية مساعدة الطلبة ذوي التحصيل المتدني في التخفيف من معاناتهم من هذا التدني في مادة الرياضيات.

ثالثاً- المجال النفسحركي (المهاري):

صنف (سمبسون المجال النفسحركي إلى سبعة مستويات تتعامل جميعها مع الجانب الجسماني أو الجسدي وما يصاحبه من حركات ومهارات (نزال: 2000)، وهذه المستويات هي:

1-الإدراك الحسي:

ويطلب من المتعلم في هذا المستوى استعمال أعضاء الحس قبل القيام بالمهارة المطلوبة.

مثال: أن يختار الطالب الأدوات الأكثر ملاءمة لرسم مربع علم طول ضلعه.

2- الميل أو الاستعداد:

ويطلب من المتعلم في هذا المستوى إظهار الميل والاستعداد للقيام بالمهارة، وشمل ذلك الميل كلاً من الميل الجسمي والميل العقلي والميل الوجداني بشكل مترابط.

مثال: أن يبدي الطالب الرغبة في عمل وسيلة تعليمية عن حقائق عملية الضرب.

3-الاستجابة الموجهة:

ويطلب من المتعلم في هذا المستوى القيام بأداء المهارة برغبة وحماس من خلال التقليد أو المحاولة والخطأ.

مثال: أن يقلد الطالب معلمه في عمل وسيلة تعليمية عن حقائق عملية الضرب.

4-الآلية (الميكانيكية):

ويطلب من المتعلم في هذا المستوى القيام بالمهارة التي لا تتصف بالتعقيد دون أخطاء، حيث يقوم الطالب بالعمل بعد تكراره عدة مرات: مما يؤدي إلى إيجاد نوع من الثقة والكفاءة لديه.

مثال: أن يستخدم الطالب الأدوات الهندسية بشكل اعتيادي في حل المسائل الهندسية.

5-الاستجابة الظاهرية المعقدة:

ويطلب من المتعلم في هذا المستوى القيام بالمهارة المعقدة نسبياً بسرعة ودقة وإتقان دون أخطاء، وفي هذا المستوى تكون ثقة المتعلم بنفسه عالية في إتقان المهارة.

مثال: أن يصنع الطالب مكعباً من الخشب بدقة وبراعة تامة.

6-التكيف:

ويطلب من المتعلم في هذا المستوى القيام بتعديل مهارة ما أو جزء منها، أي أنه يكتشف ما بها من خلل، ويقوم بتصويبه في ضوء خلفيته المعرفية في أداء هذه المهارة.

مثالك أن يعيد الطالب ترتيب بطاقات مبعثرة طرحها زميله للوصول إلى شكل هندسي محدد.

7-الأصالة والإبداع:

ويطلب من المتعلم في هذا المستوى أن يقوم بابتكار مهارة جديدة أو حركة في مهارة ما، معتمداً على خبرته الطويلة والدقيقة في هذه المهارة.

مثال: أن يصمم الطالب مجسمات لاستخدامها كوسائل تعليمية في الهندسة.

الوحدة الرابعة

عناصر المعرفة الرياضية واستراتيجيات تدريسها

أولاً: المفاهيم الرياضية Mathmatical Concepts

ثانياً: التعميمات الرياضية Mathematical Centralizations

ثالثاً: الخوارزمات والمهارات الرياضية:

Mothematical Algorithm and Skills

رابعاً: المسألة الرياضية: Mathematical Problems

الوحدة الرابعة

عناصر المعرفة الرياضية واستراتيجيات تدريسها

أدت النظرة الحديثة للرياضيات إلى اعتبار أن الرياضيات ليست مجرد عمليات روتينية منفصلة، تغطي فروعها التقليدية مثل الجبر والحساب والهندسة ......، وإنما هى بنية متكاملة مترابطة تدمج بين هذه الفروع.

وقد ظهر نتيجة لذلك تصنيف جديد للمعرفية الرياضية، يتكون من العناصر التالية:

أولاً: المفاهيم الرياضية Mathmatical Concepts

ثانياً: التعميمات الرياضية Mathematical Centralizations

ثالثاً: الخوارزميات والمهارات الرياضية: Mothematical Algorithm and Skills

رابعاً: المسألة الرياضية: Mathematical Problems

ونقدم فيما يلي وصفاً لكل عنصر من عناصر المعرفة الرياضية واستراتيجيات تدريسه.

أولاً: المفاهيم الرياضية Mathmatical Concepts

تعتبر المفاهيم الرياضية اللبنات الأساسية للبناء الرياضي، فالقواعد والتعميمات والمهارات الرياضية تعتمد اعتمادا كبيراً على المفاهيم في تكوينها واستيعابها، وتتميز الرياضيات الحديثة بكونها ليست مجرد عمليات روتينية منفصلة أو مهارات، بل هي أبنية محكمة تتصل ببعضها البعض اتصالاً وثيقاً وتشكل في النهاية بنياناً متكاملاً متيناً واللبنات الأساسية لهذا البناء هي المفاهيم الرياضية.

"ويعتبر تعلم المفاهيم الرياضية للتلاميذ، أحد أهداف تدريس الرياضيات في جميع مراحل التعليم، كما تعتبر من أساسيات العلم والمعرفة العلمية" (زيتون،1994: 80).

ومن هنا تبرز الأهمية الكبرى للمفاهيم الرياضية في العملية التربوية، والأمر الذي حدا بكثير من المربين أن يتناولوا بالبحث والتحليل للمفاهيم الرياضية، من حيث معناها وتصنيفاتها وكيفية تدريسها، "وهم يقومون بالبحث عن أفضل الطرق والأساليب التي يمكن للمعلم استخدامها وهو مطمئن إلى فاعليتها في تحقيق الأهداف التي يتوخاها، والتي من خلالها يكتسب طلابه المفاهيم بدقة ووضوح" (أبو زينة،1990: 133) .

المقصود بالمفاهيم الرياضية :

لقد أُجريت محاولات كثيرة من قبل العلماء لتعريف المفهوم، حيث تم تعريفه بتعريفات متفاوته، تتناسب وطبيعة المجال الذى تناوله، ومن أهم التعريفات التي عرضت للمفهوم ما يلي :

يعرف قاموس التربية (P.J.Hills , 1982 : 104) "المفهوم على أنه تصور عقلي عام لموقف أو لشيء، وهو مجرد وليس محسوس، وهو فكرة، أو رأي أو صورة عقلية لشيء أو موقف معين، يشترك بخصائص وصفات يمكن تصنيفها على أساس التقارب أو التشابه".

في حين يعرفه القاموس الدولي للتربية (Getery & Thomas ,1979 : p.81) "بأنه تبيين عام للأحداث و الأشياء، التي يمكن الوصول إليها بعمليات التصنيف والمشابهة، والتمييز باستخدام اللغة الرمزية، وهو تصور سهل يختصر ويلخص الأحداث الكثيرة".

ويعرفه (أبو زينة،1990: 135) "بأنه الصورة الذهنية التي تتكون لدى الفرد نتيجة تعميم صفات وخصائص استنتجت من أشياء متشابهة" .

ويعرفه (نشوان،1998: 17) "بأنه ما يتكون لدى الفرد من معنى وفهم وقدرة على تطبيق ذلك الفهم في تطبيق مواقف جديدة" .

ويعرفه (الشارف،1997: 26) "هو عبارة عن صورة ذهنية مجردة تكونت لدى الفرد نتيجة لتعميم خواص وصفات مشتركة بين مجموعة من العناصر".

ويعرفه (Nelson & Michale , 1980 : p.67) "بأنه عبارة عن مجموعة من الأشياء أو الرموز أو الأحداث الخاصة التي جمعت معاً على أساس من الخصائص المشتركة التي يمكن الدلالة عليها باسم أو رمز معين".

كما يعرفه (إبراهيم،1997: 89) "بأنه تجريد عقلي للصفات المشتركة لمجموعة من الأشياء أو الخبرات والظواهر والأعمال والترتيبات " .

ويشير الشارف إلى أن تعريفات المفهوم تبرز ثلاث عناصر هامة للمفهوم هي:(الشارف، 1997: 27)

1- فراغ المفهوم: ويشمل كل الصفات و الخواص و المميزات التي تتوفر في الحالات التي تتفق والمفهوم، فمثلاً مفهوم "متوازي الأضلاع " فراغه يتكون من "مجموعة " من الأشكال الهندسية الرباعية والتي كلها تشترك في صفة و خاصية موجبة وهي أن لها ضلعين متقابلين متوازين بغض النظر عن كونها مربعاً أو مستطيلاً أو معيناً

2-مصطلح المفهوم: وهو الاسم أو الرمز الذي يطلق على المفهوم بناء على الخواص المشتركة بين عناصر فراغه ويكون مصطلح المفهوم "متوازي الأضلاع " .

3- محتوى المفهوم: العبارة التي تعرف المفهوم،وهي عبارة تلخص وتجمع الخواص المتوافرة في عناصر الفراغ والتي تميزها عن غيرها،وتعكس الصورة العامة للخواص فمثلاً مفهوم "متوازي الأضلاع " شكلاً رباعياً له زوجان من الأضلاع المتوازية .

ويتضح من العرض السابق للتعريفات المختلفة للمفهوم بأنه على الرغم من اختلاف العبارات التي استخدمت في تعريف المفهوم منطقياً، إلا أنها اتفقت على أن المفهوم نوع من التعميم القائم على جمع الصفات المشتركة بين عدة أشياء أو مواقف وأن المفهوم ليس كلمة أو رمز بل هو مضمون هذه الكلمة أو الرمز .

بالإضافة إلى ذلك هناك بعض الصفات التي يجب أن تتوفر في المصطلح حتى نطلق عليه مفهوم:

1- أن يكون ذا دلالة لفظية بحيث يمكن إعطاءه تعريفاً.

2- أن مجموع الحقائق والمواقف المكونة للمفهوم ذات الخصائص المشتركة يجب أن تكون مجردة.

3- أن يكون شاملاً لكافة المواقف التي تضمنها مجموعة الخصائص المكونة لهذا المفهوم.

ومن الأمثلة على المفاهيم: مفهوم العد، مفهوم المجموعة، مفهوم المصفوفة، مفهوم الخط المستقيم، مفهوم النقطة، مفهوم الدلالة.

وهناك خصائص مشتركة للمفهوم الواحد تميزه عن باقي المفاهيم، وهناك خصائص تميز المفهوم عن مفهوم آخر، وهذه الخصائص هي التي تجتمع لتعطي اسماً للمفهوم وتعريفاً له.

وبناءً على ذلك يمكن تعريف المفهوم الرياضي بأنه: ما يتكون لدى الفرد من صورة عقلية أو ذهنية نتيجة تعميم صفات أو خصائص مشتركة لأشياء متشابهه، ومن ثم فهم هذه الأشياء وقدرته على تطبيقها في مواقف جديدة.

أهمية المفاهيم في العملية التربوية:

المفاهيم ذات أهمية كبيرة ليس لأنها الخيوط التي يتكون منها نسيج العلم فحسب، ولكن لأنها تزود المتعلم بوسيلة يستطيع بها مسايرة النمو في المعرفة، كما تساعد المتعلم على تذكر ما تعلمه والفهم العميق لطبيعة العلم و تزيد من قدرة الشخص على تفسير الظواهر الطبيعية، ويتفق غالبية الباحثين على أهمية المفاهيم والتي تتمثل فيما يلي:

1. **تنظيم التعلم**: المعرفة بالمفاهيم تساعد على تنظيم تعلمنا عن العالم الخارجي بصورة هرمية تسهل عملية الاستدلال عند استخدام التعميمات، فما كان في قاعدة الهرم يفهم على أساس الفئة التي هي أعلى منه، وهذه الفئة تفهم على أساس من انتمائها إلى فئة أعلى وهكذا حتى قمة الهرم. (عليان وآخرون، 1987 : 173)

2. **توجيه السلوك**: تساهم المفاهيم من خلال عملية تصنيف كل فئة لوحدها، في تمكين الفرد من حصر المشكلة التي تتعلق بكل فئة و اتخاذ القرار المناسب (النمر،1986 :157)

3. **ارتقاء بمستوى التفكير**: يتدرج الإنسان في تفكيره من المستوى الحسي إلى المستوى التصوري إلي المستوى المجرد وفي المستوى الأول يكون اعتماده على المدركات الحسية مباشرة، وفي المستوى الثاني يكون اعتماده على الصور الذهنية المستمدة من المدركات الحسية، وفي المستوى الثالث فالمعالجات تعتمد على المعاني الكلية من المفاهيم والمبادىء، لذلك يصعب أن يرتقي بمستوى تفكيره إذا لم ينجح في الوصول إلى المفاهيم. (عليان وآخرون، 1987 : 173)

4. توفر المفاهيم الرئيسة في مجال تخطيط المناهج يعتبر أساساً صحيحاً لاختيار الخبرات التعليمية و تنظيمها. (نصر وآخرون، 1996 : 96)

5. تساعد المتعلمين على زيادة فهمهم للمواد الدراسية لأنها أكثر ثباتاً وأقل عرضه للتغير من المعلومات القائمة على مجموعة من الحقائق والمعلومات المحدودة، فالمفاهيم الرئيسية تربط بين الحقائق وتوضح العلاقيات، كما أنها تسمح بالربط بين مجموعات الأشياء. (درويش، 1997: 279) .

6. تساعد المفاهيم في تسهيل عملية اختيار محتوى المنهج المدرسي، ذلك كون المعيار الأساسي في اختيار محتوى المنهج المدرسي، هو مدى ملائمة الحقائق

والمواقف التعليمية لتشكيل المفاهيم وتعلمها واكتسابها. (جزاع وجاسم، 1986: 104)

7. تساعد المفاهيم في بناء مناهج مدرسية متتابعة ومترابطة للمراحل التعليمية المختلفة، مما يسهم في خلق الاستمرارية والتتابع في هذه المناهج.
8. المفاهيم وسيلة فعالة لربط المواد الدراسية ببعضها البعض، مما يسهم في تحقيق مفهوم التكامل المعرفي.
9. تساعد مرونة المفاهيم على إضافة واستيعاب حقائق جديدة دون اختلال التنظيم المعرفي للمتعلم.
10. تساعد المفاهيم مخططي المناهج المدرسية على تطوير المناهج وتحسينها وجعلها هادفة وواضحة الأبعاد ومحددة الاتجاه.
11. تسهم المفاهيم في مساعدة المتعلم على تذكر ما تعلمه، وبالتالي عدم الحاجة لإعادة التعلم نتيجة النسيان.
12 تساعد المفاهيم في انتقال أثر التعلم للمواقف التعليمية الجديدة.
13 فهم المفاهيم الرئيسة يجعل المادة الدراسية أكثر سهولة في التعلم و الاستيعاب.
14. فهم المفاهيم و المبادئ هو الأسلوب الوحيد لزيادة فاعلية التعلم وانتقال أثره للمواقف والظروف الجديدة. (موسى،1997 : 46)
15 الاهتمام بالمفاهيم الأساسية (الكبرى) وفهمها يضيق الفجوة بين المعرفة السابقة للمتعلم والمعرفة اللاحقة.
16. تسهم المفاهيم بفعالية في تعلم التلاميذ بصورة سليمة، إذ أنها تعتبر بمثابة العملية النقدية الثابتة القيمة بالنسبة للعمليات الذهنية، وتبقى بالنسبة للتلميذ وثيقة الصلة بالحياة التي يحياها. (سعادة واليوسف، 1988: 94-95)

17. تساعد المفاهيم التلاميذ على التعامل بفاعلية مع المشكلات الطبيعة والاجتماعيات للبيئة.

18. تساعد المفاهيم في حل بعض صعوبات التعلم خلال انتقال التلاميذ من صف لآخر أو من مستوى تعليمي لآخر، فما يأتي أولاً يخدم كنقطة ارتكاز لما سيأتي بعد ذلك.

19. تساعد المفاهيم على تنظيم الخبرة العقلية، حيث يمر الأفراد بخبرات عديدة مباشرة وغير مباشرة، وذلك باستخدام الوسائل التعليمية المختلفة، وتتمثل الوسيلة التي يمكن بواسطتها تنظيم هذه الخبرات العديدة في تشكيل مفاهيم خاصة بها. (سعادة واليوسيف، 1988: 94-95)

ومما سبق يتضح أن الآراء التي تناولت أهمية المفاهيم وفوائدها في العملية التربوية متقاربة، حيث بينت أن المفاهيم تعمل على تنظيم التعلم بصورة هرمية، مما يسهل على المعلم والمتعلم عملية فهم طبيعة عملية التعلم، وبالتالي يؤدي إلى زيادة فاعلية التعلم وانتقال أثره للمواقف والظروف الجديدة، مما يساعد على حل بعض صعوبات التعلم.

تصنيفات المفاهيم الرياضية

لقد تعددت تصنيفات المفاهيم الرياضية، ومن هذه التصنيفات تصنيف(الهويدي، 2006؛ حمدان 2005؛ عقيلان 2002، بطرس 2004) والذي صنفوها إلى ما يلي:

1. **المفاهيم الأولية**: وهي تلك المفاهيم التي تتناول المبادئ الأساسية للرياضيات في الصفوف الأولى من المرحلة الابتدائية مثل: النقطة، القطعة المستقيمة، خط الأعداد.. وغيرها.

2. **المفاهيم الحسية والمفاهيم المجردة** :

- **المفاهيم الحسية**: هي المفاهيم التي تكون مجموعة الإسناد لها أشياء حسية أو مادية يمكن ملاحظتها أو مشاهدتها، مثل : مفهوم الفرجار ومفهوم المسطرة ومفهوم

المثلث قائم الزاوية .. الخ . (ويقصد بمجموعة الإسناد هي مجموعة الأشياء المميزة للمفهوم)

- **المفاهيم المجردة** هي المفاهيم التي تكون مجموعة الإسناد لها غير ملموسة، أي أنها المفاهيم التي لا يمكن ملاحظتها ولا يمكن مشاهدتها، مثل مفهوم الاقتران المتصل ومفهوم الاقتران التربيعي، والأعداد والنسبة المئوية ومفهوم النسبة التقريبية.

3. **مفاهيم متعلقة بالإجراءات :**

وهي تمثل المفاهيم التي يستخدمها المتعلم في إجراء عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة.. وغيرها. مثل: مفهوم جمع الأعداد ومفهوم طرحها ومفهوم قسمتها ومفهوم ضربها.

4. **المفاهيم الدلالية والمفاهيم الوصفية:**

- **المفاهيم الدلالية:** وهي التي تستخدم للدلالة على شيء ما، بالإضافة إلى ذلك يكون المفهوم دالياً إذا كانت مجموعة الإسناد له ليست مجموعة خالية. ومن أمثلة المفاهيم الدلالية: مفهوم العدد الصحيح ومفهوم النسبة المئوية، مفهوم العبارة الصائبة ومفهوم النسبة التقريبية ط.

- **المفاهيم الوصفية:** وهي المفاهيم التي تحدد خصائص معينة تتصف بها مجموعة من الأشياء، وتكون مجموعة الإسناد لها خالية، فالتوازي مثلاً صفة المستقيمين (أو أكثر) يقعان في مستوى واحد، ولا يتلاقيان مهما مددناهما، والتكافؤ صفة لتشكيلين هندسيين مغلقين لهما المساحة نفسها، ومفهوم الخاصية التجميعية للأعداد الطبيعية، حيث يستخدم هذا المفهوم لوصف خاصية تتصف بها تلك المجموعة وهى خاصية التجميع، ولكنها لا تدل على انتماء شيء ما لمجموعة الأعداد الطبيعية، وبالتالي فإن مجموعة الإسناد لها خالية.

5. **مفاهيم مفردة ومفاهيم عامة :**

- **المفاهيم المفردة:** هي التي مجموعة الإسناد لها مجموعة أحادية، مثل : مفهوم العدد (7)، ومفهوم العدد الطبيعي .
- **المفاهيم العامة:** هي التي مجموعة الإسناد لها تحوي على أكثر من عنصر، مثل: مفهوم دالة الدرجة الثالثة .

6. **المفاهيم البسيطة والمفاهيم المركبة :**

- **المفاهيم البسيطة:** مثل : مفهوم العدد الصحيح ومفهوم العلاقة.
- **المفاهيم المركبة:** هي التي تتشكل من أكثر من مفهوم بسيط، مثل : مفهوم العدد النسبي ومفهوم علاقة التكافؤ .

7. **مفاهيم الربطية والمفاهيم الفصلية :**

- **المفاهيم الربطية:** هي التي تستخدم أداة الربط " و "، مثل : مفهوم التقاطع، فتقاطع مجموعتين من العناصر عبارة عن عناصر المجموعة الأولى وعناصر المجموعة الثانية .
- **المفاهيم الفصلية:** هي التي تستخدم أداة الربط " أو "، مثل : مفهوم العدد الصحيح فالعدد الصحيح غير السالب هو عدد صحيح موجب أو صفر.

8. **مفاهيم العلاقات** :هي التي تشتمل على علاقة معينة بين الأشياء، مثل : مفهوم أكبر من ومفهوم أصغر من في المتباينات.

في حين صنف برونر وآخرون المفاهيم الرياضية (دحلان، 1998: 26-27) أن هناك ثلاثة تصنيفات مختلفة وهي:

1. **مفاهيم ربطية:** وهي المفاهيم التي تتوفر فيها أكثر من خاصية، وترتبط بين هذه الخواص أداة الربط (و) ومن الأمثلة على هذا النوع من المفاهيم مفهوم متوازي المستطيلات، ومفهوم المكعب.

2. **مفاهيم فصلية:** وهي المفاهيم التي يفصل بين خواصها أداة الربط (أو) مثل مفهوم أكبر من أو يساوي أو أصغر من.
3. **مفاهيم العلاقات:** وهي المفاهيم التي تكون الصفة الرئيسية لها علاقة بين شيئين أو أكثر مثل مفهوم المساواة، ومفهوم المجموعة الجزئية.

في حين صنف جونسون وراينزنج المفاهيم الرياضية على النحو التالي:

1. **مفاهيم متعلقة بالمجموعات:** يتم التوصل إلى هذا النوع من المفاهيم في الحالات الخاصة أو الأمثلة إلى المفهوم العام، مثل مفهوم الشكل الرباعي، ومفهوم الاقتران كثير الحدود.
2. **مفاهيم متعلقة بالإجراءات:** وهي المفاهيم التي يتوصل إليها عن طريق طرق العمل لهذا المفهوم كمفهوم ضرب الاقتران، وضرب المصفوفات.
3. **مفاهيم المتعلقة بالعلاقات:** وهي تشابه الربطية، والوصفية في تصنيف برونر، حيث تركز على عمليات الربط والمقارنة بين الأشياء أو صفات المفهوم مثل مفهوم المساواة، ومفهوم أكبر من،ومفهوم أصغر من.
4. **مفاهيم متعلقة بالبنية:** وهي المفاهيم التي تركز على البنية أو الهيكل الرياضي للمفهوم مثل مفهوم العنصر المحايد والمعكوس والتبديل.

اعتبارات تُساعد المعلم في تدريس المفاهيم الرياضية:

عند تدريس المفاهيم الرياضية يجب الانتقال من السهل إلى الصعب أو من المحسوس إلى المجرد، حيث يبدأ المدرس بتدريس المفاهيم البسيطة كمفهوم العدد الذي يحوي صفات قليلة ثم ينتقل إلى المفاهيم الأكثر تعقيداً فالأكثر، وهكذا حتى يصل إلى أكثر المفاهيم تعقيداً ويكون الانتقال بطيئاً، بحيث يمكن أن يستمر لسنوات، ويجب أيضاً مراعاة الاعتبارات التالية عند تدريس المفاهيم:

1- تحديد طبيعة المفهوم، أي نوع المفهوم (أولي، مجرد، حسي، جمعي،...)

2- تحديد السمات الأساسية المميزة للمفهوم قيد التدريس.

3- تقديم أمثلة منتمية أو أمثلة غير منتمية للمفهوم: يقصد بالأمثلة المنتمية الأمثلة الإيجابية التي تحدد صفات المفهوم، والأمثلة اللامنتمية الأمثلة السلبية التي لا تحتوي على صفات للمفهوم، ليستطيع الطالب بذلك التفريق بين المفاهيم والمفاهيم الأخرى، ويجب أن تكون الأمثلة الإيجابية في البداية أكثر من الأمثلة السلبية.

4- تقديم المفاهيم المعقدة على مراحل: فعند تدريس المفاهيم المعقدة ذات الصفات الكثيرة، يجب تقسيم هذه الصفات حسب أهميتها بالنسبة للمفهوم، فيتم في البداية إعطاء الصفات الأساسية للمفهوم، وإهمال الصفات الأقل أهمية، ولكن هذا يكون وفقاً لغاية، أن يكتسب الطالب الصفات الأساسية للمفهوم، وبعدها يتم التشعب إلى الصفات الأخرى الأقل أهمية.

5- ربط المفهوم بالخبرات السابقة اللازمة للتعلم.

6- صياغة تعريف المفهوم بلغة واضحة تتضمن جميع السمات الحرجة للمفهوم، بحيث يفهمها المتعلم بسهولة.

7- إتاحة الفرصة للمتعلمين للتدريب على المفهوم، واستخدامه في بناء مفاهيم أخرى.

8- تبني نموذج تعلم يُساعد الطالب على بناء المفهوم.

9- الحرص على تشكيل الصورة الذهنية للمفهوم في الدماغ، لأن ذلك يُساعد ويُسهل على المتعلم عملية استدعائه عند الحاجة إليه.

10- تقويم تعلم المفهوم: أي قياس مدى التحصيل عند الطلاب للمفهوم، ومدى اكتساب خصائص المفهوم، وأن يُعزز المدرس الاستجابات الصحيحة للمفهوم حتى يتحقق التعلم الأفضل للمفهوم عند الطلاب.

تحركات المعلم عند تدريس المفاهيم الرياضية:

عند تدريس المفاهيم بمختلف أنواعها قد يقوم المعلم بالتحركات الآتية كما وضحها (عبد الهادي و آخرون ، 2002: 90 – 91) :

1- تحرك الخاصية الواحدة :

حيث يقدم المعلم خاصية واحدة للمفهوم، فمثلاً: عند تقديم مفهوم متوازي الأضلاع يعرفه بأنه شكل رباعي، فهنا قام المعلم بذكر خاصية واحدة للمفهوم (متوازي الأضلاع) بأنه شكل رباعي.

2- تحرك التحديد :

حيث يحدد الشيء الذي يطلق عليه المفهوم، فمثلاً عند تدريس مفهوم العدد الأولي فيقول المعلم هو العدد الذي عوامله تقبل القسمة على نفسه وعلى الواحد الصحيح، فنلاحظ هنا مقدار التحديد للمفهوم من خلال القسمة على نفسه وعلى الواحد الصحيح.

3- تحرك المقارنة :

وهنا يتناول المعلم مفهوم معين ويبرز أوجه الشبه والاختلاف بينه وبين مفهوم آخر سبق تعلمه، فمثلاً عند تدريس مفهوم المعين كمفهوم جديد فهو يختلف عن مفهوم المربع، وبالتالي المعلم يتخذ من المربع كعنصر للمقارنة لأنه قريب الشبه عن المعين وهذا يسهل من تعلم المفهوم.

4- تحرك المثال (أمثلة الانتماء) :

فهنا يقوم المعلم بإعطاء عدد من الأمثلة عن المفهوم الذي سوف يقدمه فمثلاً عند تقديم مفهوم الأعداد الزوجية يعطي المعلم أمثلة متنوعة عن الأعداد الزوجية مثل: (4 ،28، 2006) وهذا ما يطلق عليه مفهوم الانتماء .

5- تحرك اللامثال (أمثلة عدم الانتماء) :

وهذه الطريقة عكس التحرك السابق في أمثلة الانتماء حيث يقوم المعلم هنا بإعطاء أمثلة مختلفة عن عدم الانتماء للمفهوم الذي سوف يقدمه، فمثلاً عند

تقديم مفهوم العدد الزوجي كما سبق يقدم المعلم مجموعة من أمثلة عدم الانتماء مثل: (1 ، 17 ، 2009) كلها أعداد فردية لا تنتمي للمفهوم الذي يقدمه وهو (العدد الزوجي)، وغالباً ما تقترن أمثلة الانتماء بالتبرير، فمثلاً في المثال الذي سقناه عن الأعداد الزوجية وإعطاءه أعداداً فردية يبرر أنها ليست أعداد زوجية بأن آحادها ليس من الأرقام (0 ، 2 ، 4 ، 6 ، 8)، أو لأنها لا تقبل القسمة على 2 مباشرة وبدون باقٍ.

6- تحرك الرسم :

لا يمكن الاستغناء عن الرسم في تقديم المفاهيم الرياضية وخصوصاً الهندسية منها فلا يستطيع المعلم تقديم مفهوم المربع، المستطيل، متوازي المستطيلات دون الرسم.

7- تحرك التعريف :

ويعتبر هذا التحرك من أكثر التحركات شيوعاً واستعمالاً وسهولة وأكثر دقة وتحديداً للمفهوم، ولكن هناك الكثير من الدراسات التي تقول بأنه من الأكثر صعوبة على فهم الطلاب مما يدفع الطلاب لحفظ المفهوم أكثر من فهمه، وبالتالي لا يستطيع الطالب توظيف المفهوم بشكل كبير.

فمثلاً إذا طلب المعلم من الطلاب إعطاء تعريف للصفر، الكسر، المربع، العدد الأولي فالكل من الطلاب سيقوم بحفظ التعاريف غيباً ولكن هل يستطيع الطالب توظيف هذه التعاريف بشكل كبير في حياتهم.

مما سبق يمكن القول أن التحركات التي يقوم بها المعلم لتقديم المفاهيم الرياضية داخل غرفة الفصل كثيرة ولكن المعلم الناجح هو المعلم الذي يستطيع اختيار التحرك السليم والمناسب للمتعلمين الذي بدوه سيعمل على فهم الطلاب للمفاهيم بشكل أكثر عمقاً، وبالتالي يستطيع المتعلم توظيف المفهوم في حياته التعليمية وفي بيئته بشكل

كبير والرياضيات لكونها تمتلك الكثير من المفاهيم الرياضية المجردة، دعا ذلك اختيار التحرك المناسب لجعل المفاهيم أقل تجريداً .

استراتيجيات تعليم المفاهيم الرياضية:

تختلف استراتيجيات تعليم المفاهيم الرياضية باختلاف الطرق والأساليب والتحركات التي يستخدمها المعلمون في تدريس المفاهيم الرياضية داخل غرفة الصف، من معلم لآخر، حتى إن التباين قد يحدث لدى نفس المعلم في عرض مفهومين مختلفين لصف واحد.

وقد كشفت دراسة (دحلان ،1998: 31) أن المعلمين يتبنون طريقتين لتدريس المفاهيم هما:

1- الطريقة الاستنتاجية Deductive method:

تتكون الطريقة الاستنتاجية من إعطاء تعريف للمفهوم ثم إتباع ذلك بالأمثلة التفصيلية فالمعلم يعطي التعريف وبعد ذلك أما أن يطلب أمثلة على المفهوم من التلاميذ أو يقوم هو بإعطائها بنفسه.

مثال: أن يعطي المعلم تعريف لمفهوم النسبة، وبعد ذلك يعطي أمثله عليه ويطلب من التلاميذ ذكر أمثله مشابهه لهذه الأمثلة .

2- الطريقة الاستقرائية Inductive method :

تتكون الطريقة الاستقرائية من إعطاء الأمثلة أولاً ثم استقراء أو استخراج المفهوم ويساعدهم على ذلك المعلم بإعطاء المزيد من الأمثلة إذا طلبوا ذلك .

مثال: أن يذكر المعلم عدة أمثله ومن خلال هذه الأمثله يكون التلاميذ وبتوجيه المعلم مفهوم النسبة.

ويرى خليفة (خليفة،1994 :80) أنه توجد عدة أساليب لتدريس المفاهيم الرياضية، ولكنها ترتكز حول أسلوبين أساسيين، هما أسلوبي التفكير الاستنباطي

والاستقرائي، ويتعلم الطلاب بهذين الأسلوبين تعلماً فعالاً، وتقوم عملية المفاضلة بينهما على أساس سرعة تعلم المفاهيم والنتائج المستهدفة، كما يمكن استخدامهما لتدريس المفاهيم الرياضية

كما ويؤكد مينا (مينا،1994: 98) أنه من الممكن التفاعل بين الأسلوبين الاستنتاجي والاستقرائي عن طريق البدء بإعطاء أمثلة قليلة ثم تقديم التعريف ثم تطبيق ذلك على أمثلة متنوعة جديدة ..... الخ، ويضيف أنه يغلب استخدام الأسلوب الاستقرائي في المراحل الأولى من تعليم الرياضيات، بينما يستخدم الأسلوب الاستدلال في المراحل الأعلى منها،وأحيانا باستخدام التفاعل بين الأسلوبين .

ويرى بلقيس ومرعي(بلقيس ومرعي،1984 :334) أن أفضل سياق لتعلم المفاهيم هو السياق الذي يجمع بين الطريقة الاستنتاجية والاستقرائية أي تعريف – أمثلة – تعريف، بمعنى أن يقدم المعلم التعريف ثم يتبعه بأمثلة مناسبة منتمية وغير منتمية، تساعد الطلبة على تعريف المفهوم، ثم يطلب منهم إعادة صياغة التعريف بطرقهم وأساليبهم في ضوء الأمثلة والسمات التي تم تعلمها.

ومما سبق يتضح أن عملية تعلم المفاهيم الرياضية وتعليمها تختلف باختلاف المعلمين، ولكنها عملية ضرورية، حيث يعتبر تعلم المفاهيم الرياضية جزءاً رئيسياً من عملية التعليم داخل غرفة الصف، حيث يقوم المعلمون وبشكل مستمر بتعليم مفاهيم جديدة ومتنوعة للتلاميذ متباينين في عرضها وطرقهم وأساليبهم، فعلى سبيل المثال بعض المعلمين يستخدمون الطريقة الاستقرائية، وبعضهم يستخدم الطريقة الاستنتاجية، وبعضهم قد يعطي تعريفاً للمفهوم، ثم يعرض أمثله عليه، ثم بعد ذلك يقوم بإعطاء مثال لا يتفق مع المفهوم، وقد يقوم معلم آخر بنفس التحركات السابقة ولكن بترتيب مغاير، والواقع أن الموقف التعليمي هو الذي يحدد طريقة تعلم المفاهيم الرياضية وتعليمها.

أمثلة تطبيقية لتدريس المفاهيم الرياضية:

ونورد هنا بعض الأمثلة على استراتيجيات تدريس بعض المفاهيم الرياضية المختلفة:

1- إستراتيجية تدريس مفهوم العدد التالي: للصف الأول الأساسي: سنستخدم في هذه الإستراتيجية تحرك أمثلة انتماء، ثم تحرك أمثلة عدم انتماء، ثم تحرك تعريف، ثم تحرك التقويم:

الموضوع: العدد التالي.

الصف: الأول.

الهدف: أن يتعرف الطالب إلى مفهوم العدد التالي للعدد ضمن (9).

الخبرات السابقة: العد من (1 إلى 9)، قراءة الأعداد ضمن (9).

الأساليب والأنشطة:

تمهيد: مراجعة الطلبة في العد من (1 إلى 9)، وقراءة الأعداد ضمن العدد (9) باستخدام بطاقات مكتوب على كل منها أحد الأعداد من (1 إلى 9).

تحرك المثال مع التبرير:

- أعرض بطاقة مرسوم عليها ثلاث وردات ومكتوب عليها العدد (3)، ثم أعرض بطاقة أخرى مرسوم عليها أربع وردات ومكتوب عليها العدد (4).
- أطلب من أحد الطلبة العد حتى (3)، ،أطلب من طالب آخر العد حتى (4)، ،أنبه التلاميذ إلى الإصغاء لعملية العد.
- أوضح للطبة أن العدد (4) يأتي مباشرة بعد العدد (3) في العد، لذا نسي العدد (4) بالعدد التالي للعدد (3).

تحرك اللاامثال مع التبرير:

- أعرض بطاقة مرسوم عليها ثلاث وردات ومكتوب عليها العدد (3)، ثم أعرض بطاقة أخرى مرسوم عليها خمس وردات ومكتوب عليها العدد (5).

- أطلب من أحد الطلاب العد حتى (3). وأطلب من طالب آخر العد حتى (5).
- أوضح للطلبة أن العدد (5) لا يأتي مباشرة بعد العدد (3) في العد. لذا نقول أن العدد (5) ليس تالياً للعدد (3).

تحرك التعريف:

العدد التالي لعدد ما: هو العدد الذي يأتي بعده مباشرة في العد.

تحرك التقويم: ضع دائرة حول العدد التالي لكل من الأعداد:

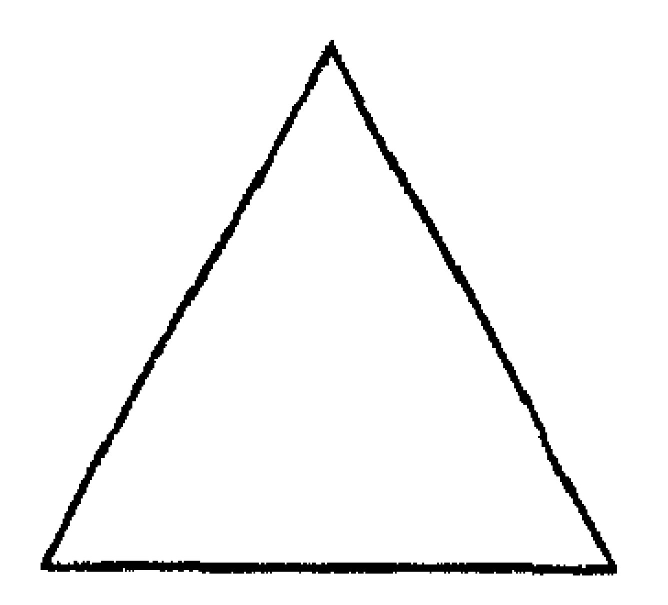
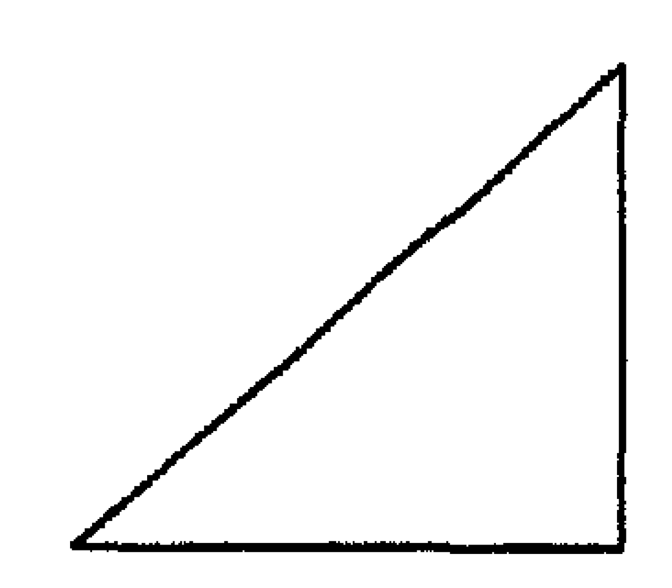
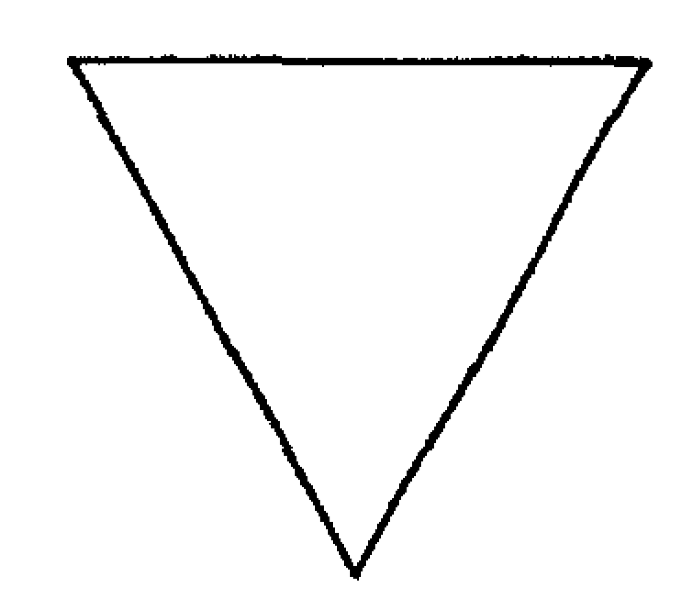
العدد	العدد التالي	
2	1	3
6	7	8
3	2	4

2- إستراتيجية تدريس العدد الأولي: سنستخدم في هذه الإستراتيجية تحرك تعريف، ثم تحرك أمثلة انتماء، ثم تحرك أمثلة عدم انتماء ثم تحرك التقويم:

- **تحرك التعريف:** العدد الأولي هو العدد الطبيعي الذي لا يقبل القسمة إلى على نفسه وعلى واحد.
- **أمثلة الانتماء:** الأعداد التالية أعداد أولية: (2، 5، 7، 13، 17)
- **أمثلة عدم الانتماء:** الأعداد التالية ليست أعداد أولية: (4، 10، 15، 20، 24، 27)
- **التقويم:** أي الأعداد التالية عدد أولي وأيهما ليس عدد أ،لي: (9، 11، 16، 19، 23، 25، 31).

2- إستراتيجية تدريس المثلث: سنستخدم في هذا النموذج إستراتيجية المثال، اللامثال، التعريف، المثال مع الرسم، التقويم.

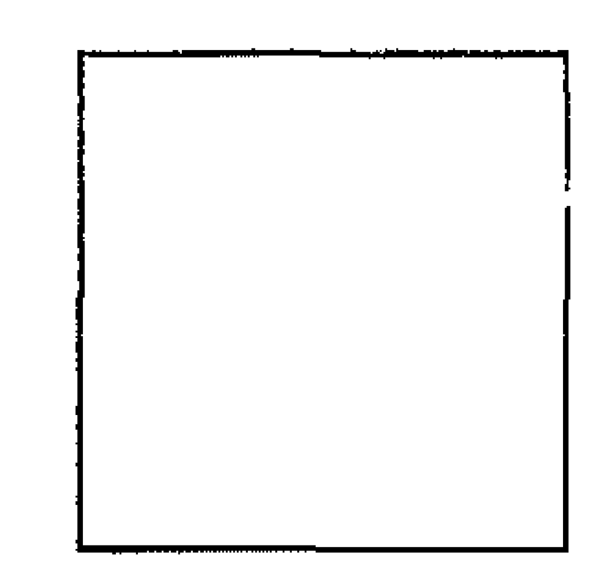
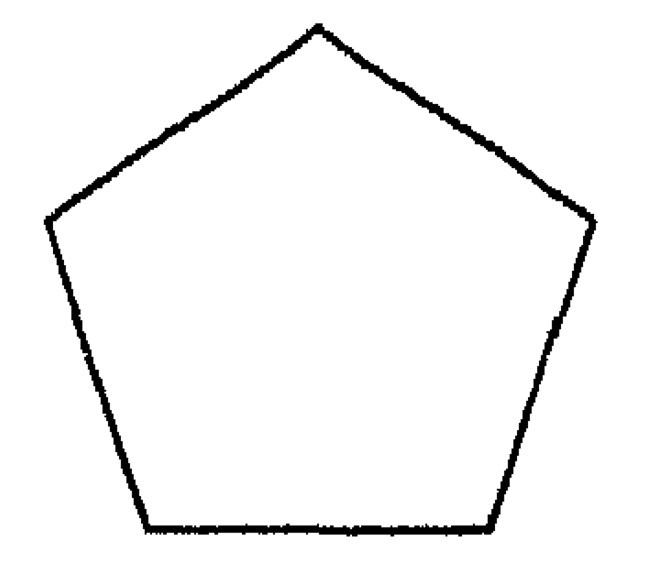
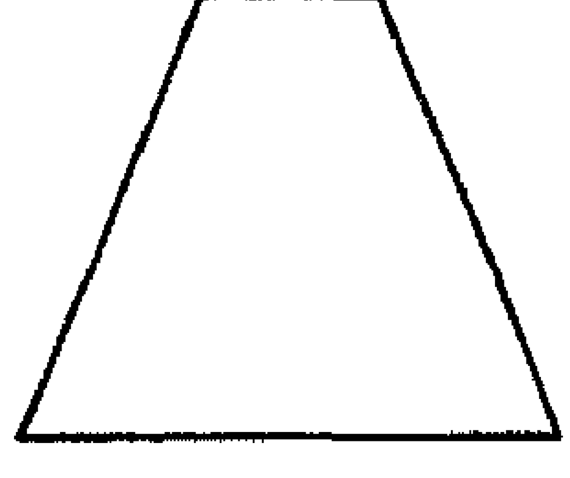
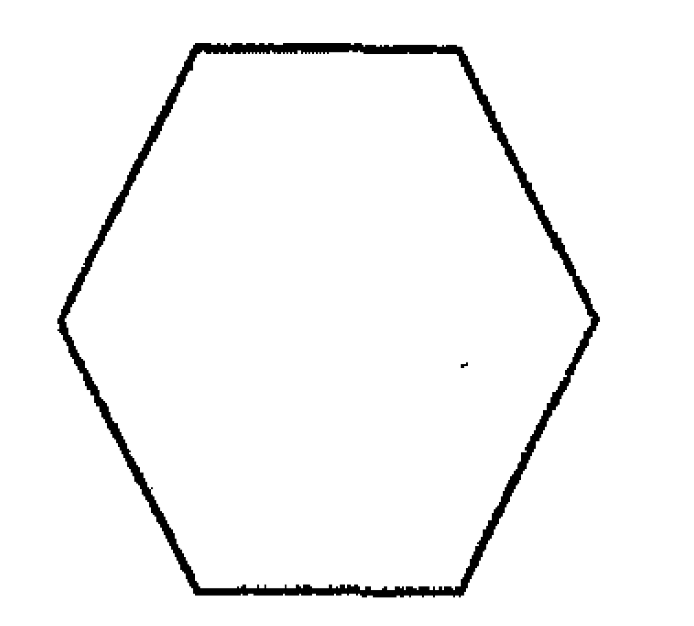
مثال: أنظر الأشكال التالية:

- كم عدد أضلاع كل شكل من هذه الاشكال.
- كم عدد الرؤوس في هذا الشكل.

فيكون الجواب ثلاثة أضلاع وثلاثة رؤوس.

اللامثال: كم عدد أضلاع ورؤوس هذه الأشكال:

الشكل الأول: يتكون من أربعة أضلاع وأربعة رؤوس.

الشكل الثاني: يتكون من خمسة أضلاع وخمسة رؤوس.

الشكل الثالث: يتكون من أربعة أضلاع وأربعة رؤوس.

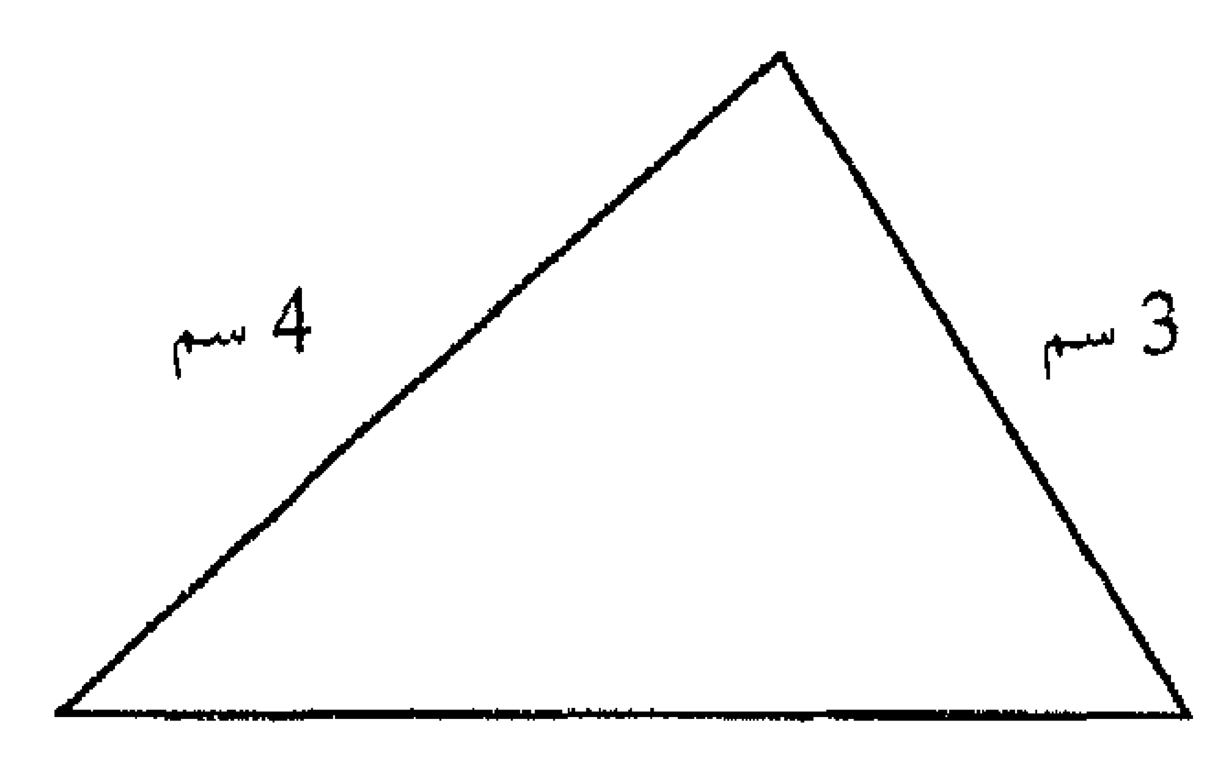
الشكل الرابع: يتكون من ستة أضلاع وستة رؤوس.

وجميع هذه الأشكال تختلف عن الأشكال السابقة في أن الأشكال السابقة جميعها لها ثلاثة أضلاع وثلاثة رؤوس، بينما هذه الأشكال لها أكثر من ثلاثة أضلاع وثلاثة رؤوس ومن هذه الأمثلة نستنتج التعريف التالي:

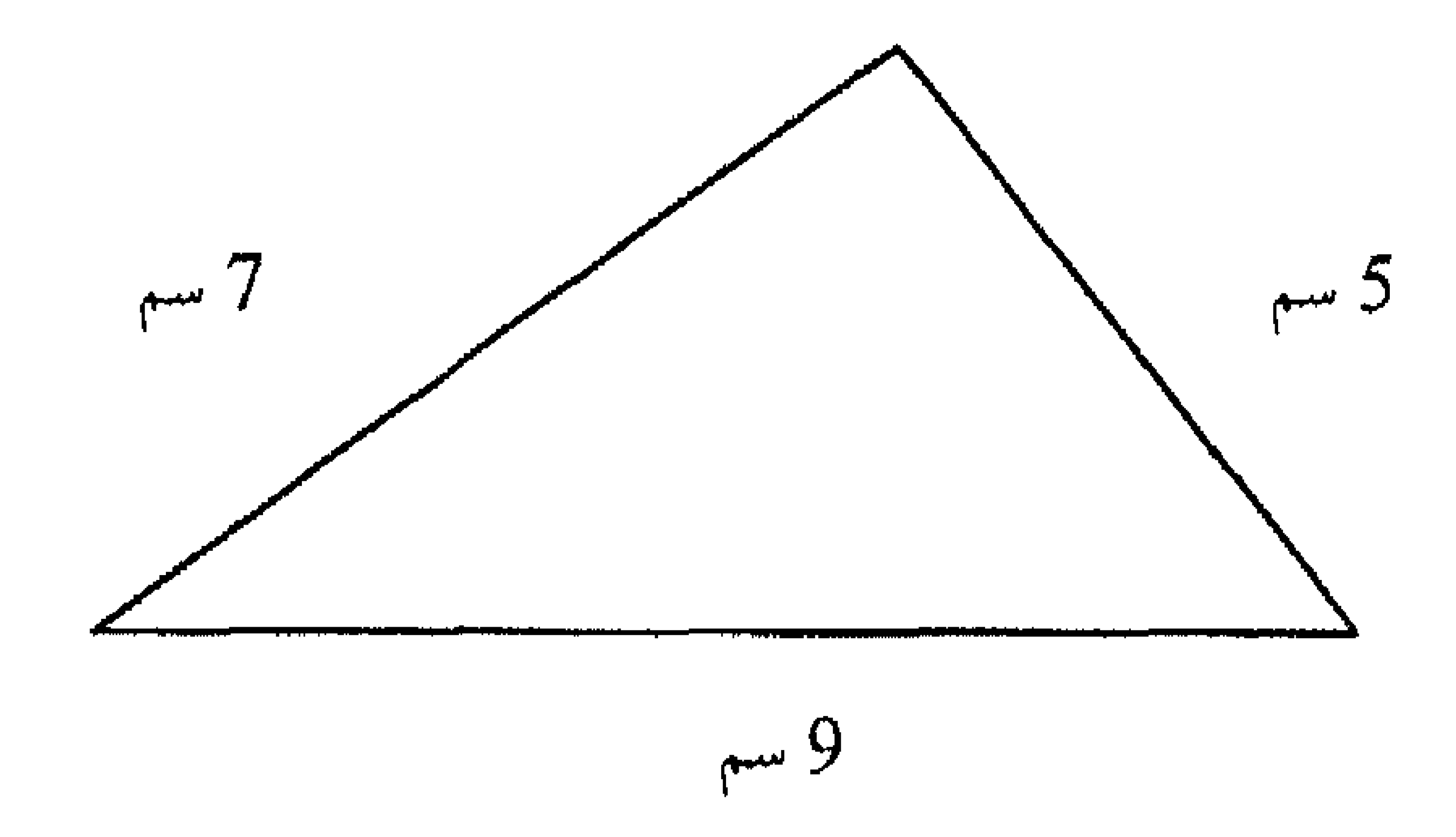
التعريف: المثلث شكل هندسي يتكون من ثلاثة قطع مستقيمة تسمى أضلاع تلتقي مع بعضها البعض بنقاط ثلاثة تسمى رؤوس المثلث.

المثال مع الرسم: يتعلم الطالب في هذا التحرك كيفية رسم المثلث بالشكل:

نحدد في البداية أطوال الأضلاع وليكن مثلاً 5سم، 4سم، 3سم، ثم نرسم ضلع من الأضلاع 5سم، ثم نفتح الفرجار بمقدار 4سم، ومن أحد الأطراف، ونرسم قوس من الفرجار ثم نفتح الفرجار بمقدار 3سم، ونرسم قوس آخر من الطرف الآخر، وعند تقاطع القوسين نمد خط المثلث الأول وخط المثلث الثاني فيكون المثلث بالشكل التالي:

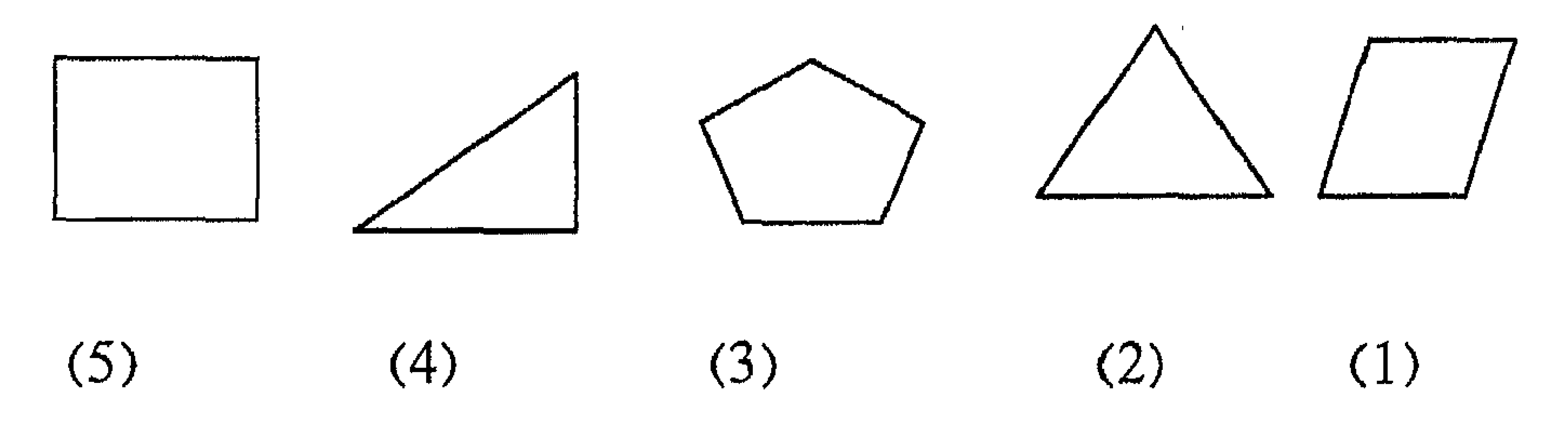


ثم نطلب من الطالب رسم مثلث آخر بالأطوال التالية 7سم، 5سم، 9سم.



التقويم:

1-أي الأشكال التالية مثلث:



(5) (4) (3) (2) (1)

الإجابة: الأشكال (2)، (4)، هي مثلثات أما باقي الأشكال فهي ليست مثلثات.

3- أرسم مثلث بالأطوال التالية: 4سم، 6سم، 7سم.

ثانياً: التعميمات الرياضية (Mathematical Centralizations):

التعميم في علم النفس هو الاستجابات متشابهة لمثيرات متشابهة، وهذه الاستجابات والمثيرات قد لا تكون متطابقة تماماً، ويعرف التعميم الرياضي بأنه عبارة رياضية (جملة إخبارية) ترتبط بين مفهومين أو أكثر وهذه العبارات لها صفة الشمول وإمكانية التطبيق على جميع الحالات المتشابهة التي ترتبط بها. ومن أمثلة التعميمات:

- مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث تساوي180 درجة.
- كل عدد زوجي يقع بين عددين فرديين.
- مجموع أي عددين زوجيين هو عدد زوجي.
- مجموع أي عددين فرديين هو عدد زوجي.
- ناتج قسمة الصفر على أي عدد يساوى صفراً.
- ناتج ضرب أي عددين طبيعيين هو عد طبيعي.
- يقسم العدد على (2) إذا كان آحاده صفرا أو2، 4، 6، 8.

أشكال التعميمات:

1. المسلمات أو البديهيات. ومن الأمثلة عليها:

- يمكن رسم مستقيم وحيد يمر بنقطتين.
- يمكن رسم دائرة مركزها معلوم ونصف قطرها اختباري.
- كل الزوايا القائمة متساوية، يمكن رسم القطعة المستقيمة بلا حدود من كلتا الجهتين.

2. النظريات: وهي تعميمات قابلة للبرهنة. مثل نظرية فيثاغورس، ونظرية إقليدس.

3. القوانين والقواعد: ومن الأمثلة عليها:

- قانون مساحة المستطيل: مساحة المستطيل= الطول × العرض.
- قانون توزيع الضرب= أ × (ب + ج) = (أ × ب) + (أ × ج).

أقسام التعميمات الرياضية:

ويشير (أبو زينة، 1994: 211-212) إلى أن التعميم يمكن أن يكون تعميماً كلياً (Universal) أو قد يكون تعميماً جزئياً (Existential).

فالتعميم الكلي(Universal): هو عبارة مسورة كلياً، وأنها تبدأ بلفظ لكل أو لجميع أو تبدأ بالرمز ($\forall$) وإليك الأمثلة التالية:

- إذا كان (س، ص) عددين سالبين، فإن س ص > صفر.
- كل الاقترانات المتصلة قابلة للتكامل.
- ($\forall$) س، ص، ع حيث س، ص، ع أعداد صحيحة: ع×(س+ص) = ع × س + ع × ص.

وقد لا يذكر صراحة في التعميم لفظ "لجميع أو لكل"، أو قد لا يبدأ التعميم برمز($\forall$). فيفهم في سياق الكلام تسوير العبارة (التعميم) تسويراً كلياً، كما يتضح من الأمثلة التالية:

- قطرا المستطيل ينصف كل منهما الآخر.
- مساحة سطح المربع المنشأ على الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع مساحتي سطحي المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين.

أما التعميم الجزئي(Existential): فهو عبارة رياضية تبدأ بلفظ يوجد أو لبعض أو الرمز (E)، أي أنها عبارة مسورة جزئياً، ومن الأمثلة على هذه التعميمات ما يلي:

- بعض الاقترانات المتصلة غير قابلة للاشتقاق.
- يوجد مثلثات قائمة الزاوية ومتساوية الساقين.
- تتعامد أقطار بعض متوازيات الأضلاع.
- بعض متوازيات الأضلاع هي مستطيلات.

إرشادات تدريس التعميمات الرياضية:

1- اختبار معرفة الطلاب للمفاهيم التي ترد في التعميم قيد التدريس، وإدراكهم لمعنى العلاقة التي تربط بينهما.

2- الكشف عن فهم الطلاب للخبرات السابقة اللازمة لتدريس التعميم وإعداد البنود الاختيارية اللازمة لقياسها.

3- عدم صياغة التعميم بعد ضرب مثال واحد فمن الواجب ألا يقل عدد التدريبات والأمثلة المستخدمة عن ثلاثة أو لا يزيد عن ستة، فإن قلة العدد لا تفي بالغرض، كما أن الكثرة تبعث على الملل.

4- تسوير التعميم ويقصد بذلك بيان الشروط التي يجب توافرها حتى يكون استخدام التعميم جزءً، فلا يجوز استخدام نظرية فيثاغورث إلا إذا كان المثلث قائم الزاوية.

5- استخدام الأمثلة الإيجابية التي من شأنها أن تيسر الوصول إلى التعميم بسهولة.

6- إتاحة الفرصة للطلاب لإعطاء أمثلة لا يجوز فيها استخدام التعميم، وتسمى هذه الأمثلة بالأمثلة السلبية.

7- إعداد مجموعة من التدريبات يستخدم فيها التعميم مباشرة، وضمن شروطه المحددة، ويعطي لطلاب فرصة كافية يحلها بمفردهم أو بعون قليل من المعلم.

8- العمل على نقل التعميم من خلال التدريبات المقترحة في الصعوبة إلى مستويات أرقى.

9- إتباع طريقة العرض المباشر أو طريقة الاستقراء أو الاكتشاف الموجه في تعليم التعميم.

استراتيجيات تعليم التعميمات الرياضية:

يمكن تدريس التعميمات الرياضية بإستراتيجيتين هما:

أ- العروض الصفية.

ب- الاكتشاف.

وسواء كان التدريس بإستراتيجية العروض أو الاكتشاف يكون تدريس التعميم بالخطوات التالية:

1- وضع الأهداف التعليمية المتوقع اكتسابها بعد تعلم المفهوم.

2- التأكد من أن المتعلم مكتسب للمفاهيم القبلية المكونة للتعميم.

3- ربط المفاهيم السابقة مع التعميم المراد تعلمه، وبترتيب يتلائم مع تكوين التعميم وذلك عن طريق الأمثلة والأسئلة.

4- يعطي الطالب أمثلة على بعض خواص التعميم قبل الصياغة النهائية للتعميم.

5- صياغة التعميم ويمكن أن تكون هذه الصياغة صياغة لفظية أو رمزية مثل كتابة القانون.

أما التدريس عن طريق **العروض الصفية** فيكون بإحدى مجموعتين من التحركات التالية:

المجموعة الأولى:

1- **تحرك التقديم:** ويمكن أن يقدم المعلم للتعميم عن طريق طرح مجموعة المفاهيم المكونة للتعميم أو بالتدرج عن أهمية المفهوم بعد كتابة عنوانه.

2- **تحرك المثال:** يعطي المعلم حالات خاصة للتعميم عن طريق طرح مجموعة من الأمثلة التي ينطبق عليها التعميم.

3- **تحرك اللامثال:** وفيها يتم تقديم أمثلة غير منتمية للتعميم أي حالات لا ينطبق عليها التعميم.

4- **تحرك الصياغة:** وهنا يتم كتابة نص التعميم أو مساعدة الطلاب على صياغة التعميم بصورة كلامية أو رمزية.

5- **تحرك التفسير:** هذا التحرك لا يكون في كل التعميمات بل البعض منها حيث يحتوي التعميم على مفاهيم غير واضحة أو يكون التعميم نفسه غير مفهوم فيتم توضيح بعض المعاني التي تحتويها هذه المفاهيم أو صياغة التعميم بطريقة أبسط بحيث تكون واضحة ومفهومة لدى الطلبة.

6- **تحرك التبرير:** ويكون بتقدير دليل أو سبب على صحة التعميم ويمكن أن يكون برهاناً إذا كان التعميم نظرية ويُمكن أن يكون التبرير عن طريق توضيح المفهوم بالأشكال الهندسية أو الرسومات البيانية.

7- **تحرك التطبيق:** ويقدم فيها المعلم الأمثلة والتمارين على المفهوم وتكون هذه الأمثلة والتمارين تطبيقيه وتدرب على التعميم.

ونورد هنا بعض الأمثلة على إستراتيجية العرض في تدريس التعميم:

1- تدريس التعميم "حاصل ضرب أي عدد في (1) هو العدد نفسه".

الهدف: أن يتعرف الطالب إلى أن حاصل ضرب أي عدد في (1) هو العدد نفسه.

الخبرات السابقة: مفهوم الضرب، حقائق الضرب.

الأساليب والأنشطة:

تحرك التقديم:

مراجعة الطلبة في مفهوم الضرب وحقائق الضرب، وتوضيح الهدف من تعلم هذا التعميم.

تحرك صياغة التعميم:

يكتب المعلم على السبورة أو يعرض بطاقة مكتوب عليها التعميم التالي:

حاصل ضرب أي عدد في (1) هو العدد نفسه.

تحرك التفسير:

يوضح المعلم للطلبة الفكرة التي يتضمنها التعميم، وهي إيجاد ناتج ضرب أي عدد في العدد (1)

تحرك الأمثلة:

يعرض المعلم على الطلبة الأمثلة التالية، ويناقشها معهم كتطبيق على التعميم السابق لإيجاد ناتج ضرب أي عدد في (1)

$3 = 1 \times 3$ ، $2 = 1 \times 2$ ، $7 = 1 \times 7$ ، $5 = 1 \times 5$

تحرك التطبيق: يطلب المعلم من الطلبة حل التمارين التالية:

س1: أكمل الفراغ التالي:

حاصل ضرب أي عدد في ...... هو العدد نفسه.

س2: ضع العدد المناسب في الفراغ:

...... × 1 = 6 ، 8 × ...... = 8 ، ...... × 1 = ...

2- تعليم قانون ديمورغان في المجموعات

$\overline{أ \cup ب} = \overline{أ} \cap \overline{ب}$

تحرك التقديم: يقوم المعلم في هذا التحرك بتقديم أمثلة على التقاطع والاتحاد والمتممة

مثل: إذا كانت المجموعة الكلية ك = { 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8}

والمجموعات أ = { 1، 2، 4، 5، 6 }، ب = { 1، 3، 5، 7} فجد ما يلي:

1- $\overline{أ}$

2- $\overline{ب}$

3- أ ∪ب

4- أ ∩ ب

الحل:

1- $\overline{أ}$ = { 3، 7، 8 }

2- $\overline{ب}$ = { 2، 4، 6، 8}

3-أ ∪ ب = { 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7 }

4-أ ∩ ب = { 1، 5}

تحرك المثال: في المثال السابق جد

1- $\overline{\text{أ} \cup \text{ب}}$

2- $\overline{\text{أ}} \cap \overline{\text{ب}}$

الحل:

1- $\overline{\text{أ} \cup \text{ب}} = \{8\}$

2- $\overline{\text{أ}} \cap \overline{\text{ب}} = \{8\}$

يسأل المعلم ماذا تلاحظ من ذلك:

تحرك اللامثال: جد ما يلي:

1- $\overline{\text{أ} \cap \text{ب}}$

2- $\overline{\text{أ} \cup \text{ب}}$

الحل:

1- $\overline{\text{أ} \cap \text{ب}} = \{2، 3، 4، 6، 7، 8\}$

2- $\text{أ} \cup \text{ب} = \{1، 2، 3، 4، 5، 6، 7،\}$

فنلاحظ هنا أن $\text{أ} \cap \text{ب} \neq \text{أ} \cup \text{ب}$

تحرك الصياغة: من خلال المثال السابق نلاحظ أن

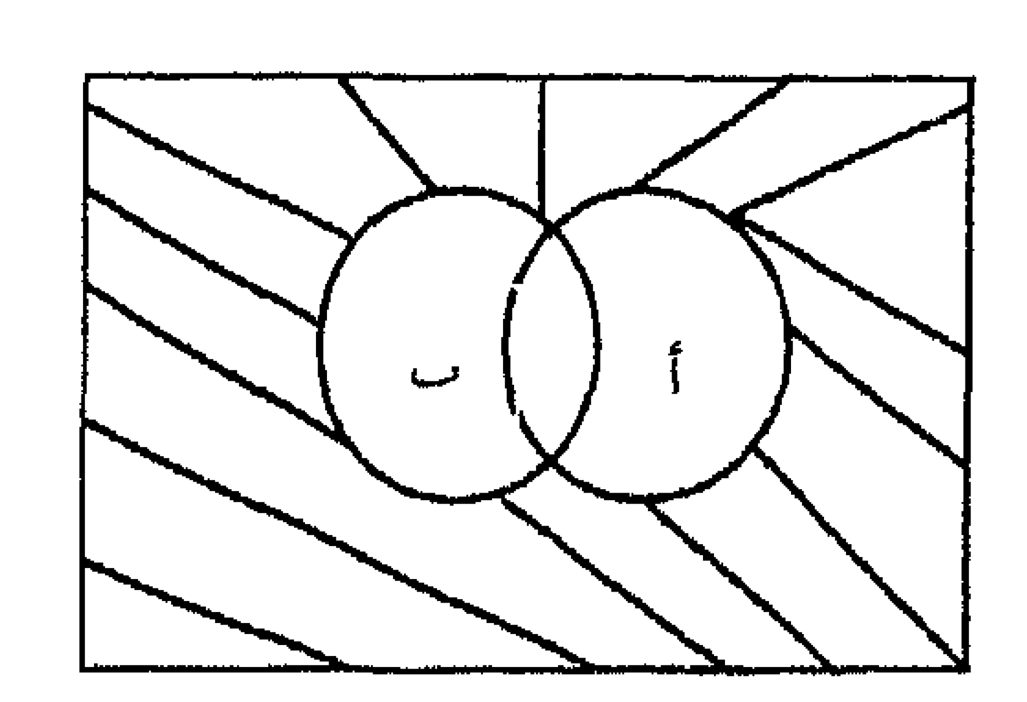
$$\overline{\text{أ}} \cup \overline{\text{ب}} = \overline{\text{أ} \cap \text{ب}}$$

وهذا القانون يسمى قانون ديمورغان ويمكن صياغته بالكلمات المتممة اتحاد مجموعتين يساوي تقاطع متممتي المجموعتين.

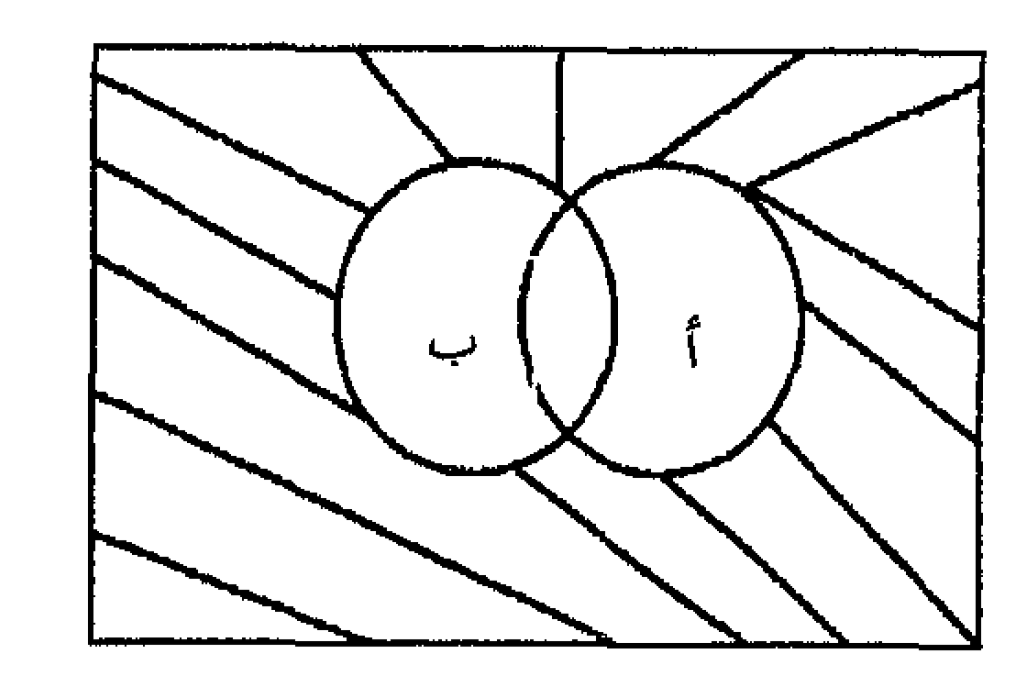
تحرك التفسير: هنا لا نحتاج إلى تحرك التفسير لأن الرموز والكلمات واضحة لا تحتاج إلى تفسير.

تحرك التبرير: يمكن إعطاء التبرير عن طريق أشكال فيه كالآتي:

أ ∪ ب



أ̄ ∩ ب̄



تحرك التطبيق: ويكون بإعطاء أمثلة متنوعة تثبت التعميم

1-إذا كانت ك: { س، ص، ع، ل ك، ق، م}

وكانت أ = { س، ص، ع، ل}

وكانت ب = {ع، ل، ك، م } جد ما يلي:

أ- أ ∪ ب

2- أ ∪ ب

أما المجموعة الثانية من التحركات فهي:

1. **تحرك التقديم.**
2. **تحرك الصياغة.**
3. **تحرك المثال.**
4. **تحرك التفسير.**
5. **تحرك التبرير.**

وهذه التحركات تعطي نفس التعريف كما في المجموعة الأولى، وسنورد هنا المثال التالي على هذه التحركات:

مثال:

القاسم المشترك الأكبر للعددين أ، ب هو أكبر عدد يقبل العددين القسمة عليه دون باقي ويرمز له بالرمز ق.م.أ

1- تحرك التقديم: يتم بالتمهيد من المعلم لموضوع الدرس عن طريق إعطاء أمثلة عن قواسم العددين، وما هي القواسم المشتركة بينهما.

مثال:

قاسم العدد (128) = 64، 32، 16، 8، 4، 2، 1

قواسم العدد (180) = 180، 90، 60، 45، 36، 30، 20، 18، 15، 12، 10، 9، 6، 5، 4، 3، 2، 1

القواسم المشتركة بين العددين: 4، 2، 1

أكبر قاسم مشترك بين العددين: 4

2- تحرك الصياغة: ويتم ذكر نص التعميم وهو:

القاسم المشترك الأكبر للعددين أ، ب هو أكبر عدد يقبل العددين القسمة عليه دون باقي ويرمز له بالرمز ق . م . أ

3-تحرك المثال: جد القاسم المشترك الأكبر لكل زوج من الأعداد التالية:

أ-(527، 765)

ب-(108، 243)

ج-(132، 473)

الحل:

أ-عوامل أو قواسم العدد (527) = 527، 31، 17، 1

قواسم العدد (765) = 765، 255، 153، 85، 51، 45، 17، 15، 9، 5، 3

القواسم المشتركة بينهما = 17، 1

ق.م.أ = 17

ب-قواسم العدد(108) = 108، 54، 36، 27، 18، 12، 9، 6، 4، 3، 2، 1

قواسم العدد (243) = 243، 81، 27، 9، 3، 1

القواسم المشتركة بين العددين: 27، 9، 3، 1

ق.م.أ للعددين = 27

ج- وقاسم العدد (132) = 132، 66، 44، 33، 22، 12، 11، 6، 4، 3، 1، 2

قواسم العدد (473) = 473، 43، 11، 1

ق.م.أ = 11

4-تحرك التفسير: يوضح المعلم المفاهيم التالية:

- قواسم العدد: الأعداد التي تقبل العدد القسمة عليها دون باقي.
- القواسم المشتركة: جميع الأعداد التي يقبل العدد القسمة عليها دون باقي.
- القاسم المشترك الأكبر: أكبر عدد يكون ضمن القواسم المشتركة.

5-تحرك التبرير: يكون القاسم المشترك الأكبر لأي عددين بتحديد قواسم كل من العددين وأخذ القاسم الأكبر فيهما وهناك أعداد يكون القاسم المشترك الأكبر فيها (1)

أي أن جميع القواسم المشتركة بينها لا تكون سوى العدد (1) وتسمى هذه الأعداد أعداد أولية فيما بينها.

ب- طريقة الاكتشاف.

ويكون التدريس بطريقة الاكتشاف عن طريق إحدى المجموعات التالية في التحركات.

1- الاكتشاف عن طريق الأمثلة أو الأسئلة: ويتم التوصل للتعميم عن طريق مجموعة من الأمثلة التي من خلالها يستطيع الطالب التوصل إلى نص التعميم.

مثال (1) : حاصل جمع أي عددين فرديين يكون عدد زوجي:

يطرح المعلم مجموعة الأمثلة التالية:

- $8 = 5 + 3$
- $18 = 11 + 7$
- $50 = 29 + 21$
- $28 = 17 + 11$
- $30 = 3 + 7$
- $40 = 15 + 25$

ثم يسأل المعلم الطلبة ماذا نلاحظ على النتائج في كل من الأمثلة السابقة، فيجيب الطلبة أن الناتج عدد زوجي وماذا نلاحظك على العددين المجموعين، فيجيب هي أعداد فردية ثم يقول ماذا نستنتج من ذلك فيجيب الطلبة أن **حاصل جمع أي عددين فرديين يكون عدد زوجي** وهذا هو التعميم.

مثال (2) : حاصل ضرب أي عدد في (1) هو العدد نفسه.

الهدف: أن يستنتج الطالب أن حاصل ضرب أي عدد في (1) هو العدد نفسه.

الخبرات السابقة: مفهوم الضرب، حقائق الضرب.

الأساليب والأنشطة:

تحرك التقديم:

مراجعة الطلبة في مفهوم الضرب وحقائق الضرب، وتوضيح الهدف من تعلم هذا التعميم.

تحرك الأمثلة:

يعرض المعلم على الطلبة الأسئلة التالية:

2 × 1 = ...

5 × 1 = ...

6 × 1 = ...

3 × 1 = ...

9 × 1 = ...

ويسأل الطلبة: ما العلاقة بين الأعداد المكتوبة باللون الغامق ونواتج عملية الضرب؟

تحرك صياغة التعميم:

يكتب المعلم على السبورة التعميم التالي بعد صياغته من قبل الطلبة:
"حاصل ضرب أي عدد في (1) هو العدد نفسه"

تحرك التفسير:

يوضح المعلم للطلبة الفكرة التي يتضمنها التعميم، وهي إيجاد ناتج ضرب أي عدد في العدد (1).

تحرك التطبيق:

يطلب المعلم من الطلبة حل التمارين التالية:

س1: أكمل الفراغ:

حاصل ضرب أي عدد في ..... هو العدد نفسه.

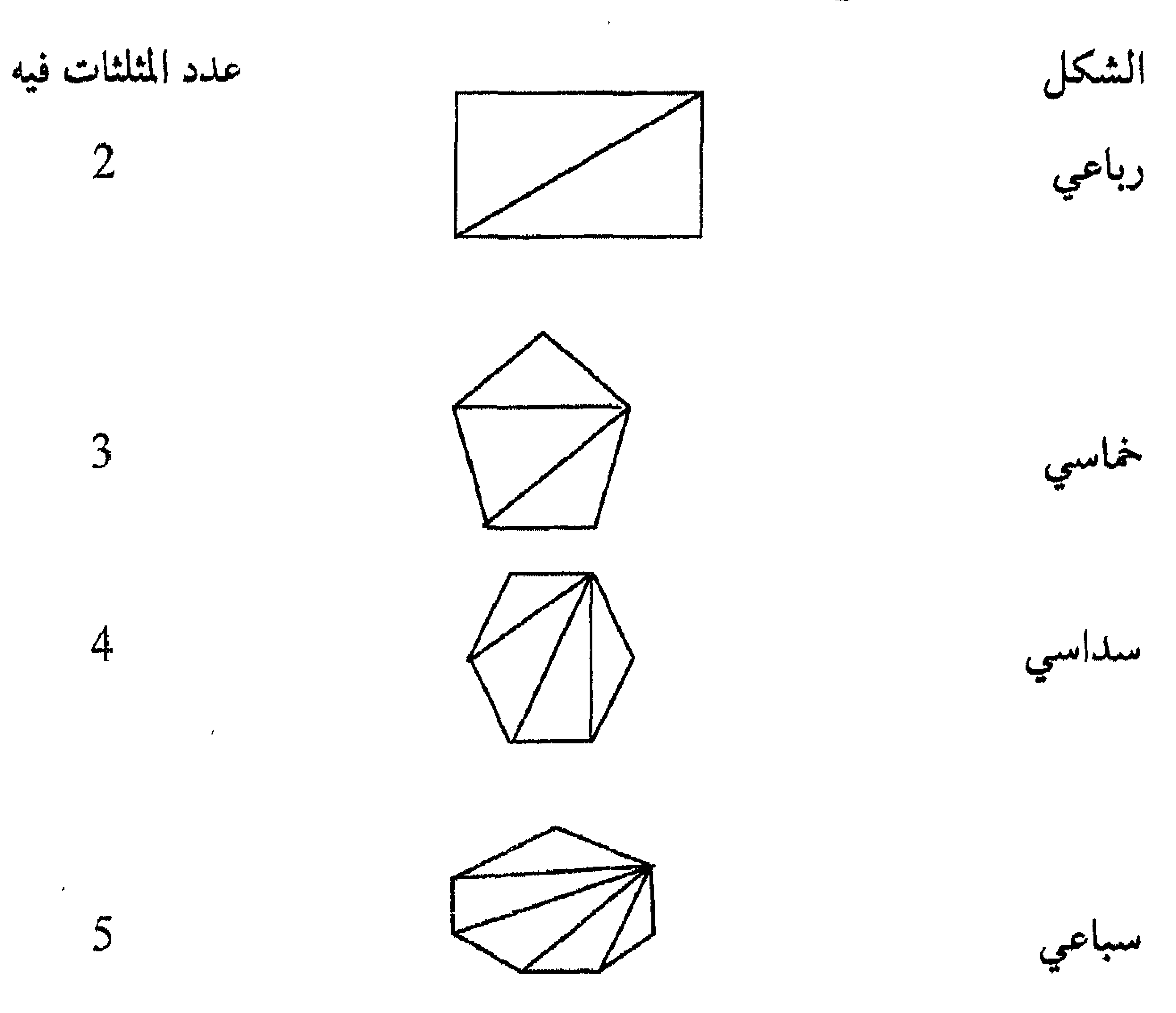
2- الاكتشاف الاستقرائي:

الاستقراء يعني هو الوصول إلى الحالة العامة من خلال مجموعة من الحالات الخاصة ويعني ذلك الحصول على التعميم من خلال بعض الخصائص العامة للتعميم.

مثال: عدد المثلثات التي ينقسم إليها مضلع هندسي عدد أضلاعه ن = ن- 2

الحل: بطريقة الاكتشاف الاستقرائي وذلك عن طريق رسم عدد من الأشكال الهندسية المضلعة مثل:

الشكل		عدد المثلثات فيه
رباعي		2
خماسي		3
سداسي		4
سباعي		5



في الأشكال السابقة نرى أن الشكل الرباعي عدد أضلاعه (4) وعدد المثلثات فيه (2)، والشكل الخماسي عدد أضلاعه (5) وعدد المثلثات فيه (3) والشكل السداسي عدد أضلاعه (6)، وعدد المثلثات فيه (4) والشكل السباعي عدد أضلاعه (7) وعدد المثلثات فيه (5).

إذن نلاحظ هنا أن عدد المثلثات في المضلع الهندسي يقل عن عدد أضلاع الشكل باثنين، ونستنتج من ذلك أن **شكل عدد أضلاعه ن فإنه عدد المثلثات فيه هو (ن – 2)**، يتوصل الطالب إلى هذا التعميم بنفسه عن طرق الاكتشاف، وإذا أراد المعلم التأكد من أن طلبه توصلوا إلى التعميم فإنه يعطيهم أمثلة أخرى دون رسم

لأشكال هندسية عدد أضلاعها أكبر من هذه الأمثلة فمثلاً: إذا سأل المعلم طلابه عن عدد المثلثات التي في الأشكال الهندسية التي عدد أضلاعها (10) أو (35) مثلاً وكانت إجابات الطلبة على السؤال الأول (8) والثاني (33)، فإن ذلك يؤكد للمعلم أن طلابه قد توصلوا إلى التعميم بشكل صحيح ولكن إذا كان هناك إجابات غير ذلك عند الطلبة، فهذا يعني أن التعميم لم يصل إلى الطلبة بشكل سليم أو أن ليس جميع الطلبة استطاعوا التوصل للتعميم فيكثر من الأمثلة والأمثلة المعكوسة، وذلك ليوصل التعميم إلى جميع طلبته بكفاءة ويحدد عدد الأمثلة التي يمكن أن تعطى للطلبة يعتمد على المستوى العقلي للطلبة وعلى مقدرتهم في الاكتشاف وعلى مدى فهم الطلبة للفماهيم السابقة التي تكون التعميم الحالي.

ويجب عند تدريس التعميمات الحذر من ظاهرتي التداخل والتعميم الخاطئ ففي ظاهرة التداخل تعني أن هناك تشابه بين تعميم وآخر من حيث الصفات وهنا يجب الحرص من المعلم على أن لا يعطي أمثلة تجعل الطلب يقع في خطأ بحيث يعطي تعميماً مختلفاً عن التعميم المراد وفي ظاهرة التعميم الخاطئ فإن هناك بعض الحالات تكون محدودة ولا يمكن تعميمها حيث تكون صحيحة لعدد محدد من الأمثلة لكن لا تكون صحيحة على أمثلة أخرى، وبالتالي لا يمكن التوصل إلى تعميم من هذه الحالات المحددة.

ومن الأساليب الأخرى في تدريس التعميمات أسلوب الاكتشاف الاستدلالي وقد شرحنا سابقاً طريقة الاكتشاف الاستدلالي في التعليم ويكون الاكتشاف الاستدلالي عن طريق ربط بعض المفاهيم مع بعضها البعض للوصول منها إلى تعميم عام.

ويمكن تدريس التعميم إما عن طريق الاستقراء لوحده أو عن طريق الاستدلال لوحده أو عن طريق الاثنين معاً وعلى المعلم أن يُحدد الطريقة التي يمكن أن تدرس بها التعميم عن طريق معرفته بطبيعة التعميم والمستوى العقلي لطلباه.

أهداف تدريس التعميم:

1- الاستخدام المباشر للتعميم: وهو تطبيق التعميم على الحالات من نفس طبيعة التعميم مثل:

- يقبل العدد القسمة على (3) إذا كان مجموع أرقامه من مضاعفات العدد (3) فهذا التعميم يستخدم فقط في إيجاد قابلية القسمة على العدد (3)
- قوانين الاشتقاق في حساب التفاضل.

2- استخدام التعميم في إجراء الحسابات: تطبيق التعميم في إجراء بعض العمليات الحسابية وتعميمها على العمليات بشكل مباشر أو غير مباشر

3- الاستخدام غير المباشر للتعميم: وتستخدم مثل هذه التعميمات في تنمية التفكير الاستقرائي وتنمية القدرة على الاستنتاج والبرهان الرياضي، مثل: التعميمات الهندسية بشكل عام والتي تنمي عند الطالب القدرة على البرهان الرياضي، وأيضاً التعميمات المتعلقة بالمجموعات التي تنمي القدرة على الاستنتاج وتعميمات المتواليات والمتباينات تنمي عند الطالب التفكير الاستقرائي.

4- تدريب الطالب على عمليتي الاكتشاف والاستقراء الرياضي: هناك بعض التعميمات التي يكون تدريسها أفضل عن طريق الاكتشاف الحر أو الاستقراء الرياضي، وهذه التعميمات تنمي قدرة الطالب على الاكتشاف أو الاستقراء ومن أمثلة هذه التعميمات.

- الزاوية الخارجية للمثلث تساوي مجموع الزاويتين غير الزاوية المجاورة لها.
- مجموع زوايا المضلع الهندسي تساوي عدد المثلثات التي يمكن تقسيمها له × النسبة التقريبية.

ثالثاً: الخوارزميات والمهارات الرياضية: Mothematical Algorithm and Skills

تعرف الخوارزميات الرياضية بأنها مجموعة من الخطوات تطبق على مجموعة من البيانات للوصول إلى نتيجة أو جواب محدد، وهذه الخطوات لها صفة التكرار في مواقف مماثلة، ولتوضيح ذلك نضرب المثال التالي:

$$(7 + 2) \times 7 = 9 \times 7$$

$$(7\times7) + (2\times7) =$$

$$49 + 14 =$$

$$63 =$$

،وعندما تقوم بهذه الخطوات نكون قد استخدمنا قانون التوزيع في اكتشاف حقيقة ضرب، وقد وصلنا إلى النتيجة في الخطوات الرابعة، فهذه الخوارزميات رباعية الخطوات لنلاحظ كذلك

$$(8\times9) \times 9 = 17 \times 9$$

$$(8\times9) + (9\times9) =$$

$$72 + 81 =$$

$$153 =$$

لقد جعلنا الموقف مماثلاً للموقف الأول، وبذلك كان عدد الخطوات أربعاً أيضاً، وهذا هو المقصود بقولنا "لها صفة التكرار في مواقف مماثلة".

هذا وتعرف **الخوارزمية الرياضية** بأنها الطريقة الروتينية للقيام بعمل ما، أما **المهارة الرياضية** (Mathematical Skills) فهي القيام بالعمل بسرعة ودقة وإتقان، وغالباً ما يرتبط هذا العمل بخوارزمية تحدد أسلوب العمل وإجراءاته، ومن الخصائص المميزة للمهارة الرياضية السرعة والدقة والإتقان، فالمهارة هي قدرة من قدرات الإنسان على القيام بعمل ما. (أبو زينة، 1994: 241)

ويشير (عبيد وآخرون، 1998: 82) إلى أن هناك مهارات الرياضية أساسية لاغنى عنها لكل تلميذ، وقد حددها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية (NCTN) من ضمن عشرة موضوعات رياضية هي: العمليات الحسابية، الجمل والعبارات، الرياضية، الهندسية، والقياس، والعلاقات، الاقتران، والإحصاء، الرسم، التعليل الرياضي، الرياضيات المالية والمعيشية.

وتكمن أهمية هذه المهارات في أنها تبقى مع الفرد إلى مراحل متقدمة من عمره، وما نلاحظه في زمننا الحالي **الضعف العام في هذه المهارات، وهذا الضعف ناتج عن عدة أسباب منها:**

1- استخدام الآلات الحاسبة والحاسوب: إن انتشار استخدام الآلات الحاسبة والحاسوب أضعف من استخدام هذه المهارات، ومع التقدم التكنولوجي السريع أصبح استخدام المهارات محدداً جداً.

2- عدم وجود الدافعية لدى المتعلمين، وهذا يقلل من الحماس لتعلم المهارات، وهذا يرجع إلى المعلم أيضاً، بحيث أنه لا يستغل الحماس البدائي للمتعلمين وتطويره وتوجيهه بالشكل الصحيح.

3- الضعف العام عند معلمي المرحلة الأساسية: يعاني الغالبية العظمى من مدرسي المراحل الأساسية وخصوصاً الأساسية الأولى منها ضعف عام في القدرة على التدريب على المهارات للطلبة، مما ينعكس سلباً على الطالب.

وانطلاقاً مما سبق هناك قواعد عامة يجب مراعاتها في اكتساب الطلاب للمهارات الرياضية.

قواعد عامة يجب مراعاتها في اكتساب الطلاب المهارات الرياضية:

1- **توجيه الطالب إلى الخطوات التي تُساعدهم على اكتساب المهارات الرياضية قيد التدريس،** وإلى المفاهيم والتعميمات التي تُساعدهم على إنجاز المهمة المتعلقة بتطبيق المهارة بسرعة وإتقان.

2- **مراعاة الفروق الفردية:** حيث أن الفروق الفردية بين الطلاب ظاهرة وواضحة، فبعض الطلاب يحتاج إلى عدد محدد من التدريبات لامتلاك المهارة، بينما يحتاج البعض الآخر إلى أضعاف هذا العدد من التدريبات، فإن المعلم هو صاحب القرار في إضافة تدريبات أو الاكتفاء بما ورد في الكتاب المقرر، لأنه الأقدر على تقويم عمل طلابه.

3- **جدولة التدريب:** بحيث يكون التدريب على فترات زمنية تتناسب مع حجم المهارة المراد تعليمها، وأن يكون على جرعات، بحيث تقسم المهارة إلى دفاعات تبدأ من البسيط إلى المكب، ومن السهل إلى الصعب، فإن أعطيت المهارة دفعة واحدة، فإنها تكون صعبة على المتعلم وفي نفس الوقت عرضة للنسيان أكثر.

4- **التنوع:** إن تنوع ألوان النشاط لإكساب الطلاب مهارة رياضية معينة يساعدهم على الأداء الذي يحفزهم نحو سرعة الاستجابة، ويُعزز سيطرتهم على المهارة.

5- **التغذية الراجعة:** وهي مقارنة أداء الطالب في المهارة بالاداء القياسي، ومساعدة الطالب بالعودة إلى الخطوات الصحيحة للمهارة إذا كان أداءه بعيداً عن الأداء القياسي للمهارة، أما إذا كان أداءه قريباً، فيجب تعزيز سلوكه بحيث يكون هذا التقدير بعد الأداء مباشرة.

6- **التعزيز:** فالتعزيز المستمر والمتواصل يزيد من دافعية المتعلم ويحمسه أكثر لتعلم المهارة ويعطيه راحة في الأداء، والتعزيز له أهمية كبرى في التعليم ولكن يجب أن يكون التعزيز بشكل صحيح حتى يأخذ فعاليته، ويُحقق الهدف المرجو منه.

استراتيجيات تعليم المهارات الرياضية:

هناك إستراتيجيتين لتعليم المهارة الرياضية:

1-استراتيجية تدريس المهارة على أجزاء:

يتم هنا تقسيم المهارة إلى أجزاء يعطي كل جزء من المهارة لوحده وفي النهاية تتكامل المهارة بشكلها النهائي، وتستخدم هذه الإستراتيجية في المهارات الأساسية والعامة، مثل مهارة الضرب فهي تدرس على أجزاء بحيث يتم التدريب على كل جزء لوحده ففي البداية يعطي المعلم الضرب من منزلة واحدة وثمن تتطور إلى منزلتين فثلاثة وفي النهاية تتواصل إلى ضرب أي عددين مهما كانت عدد منازلها.

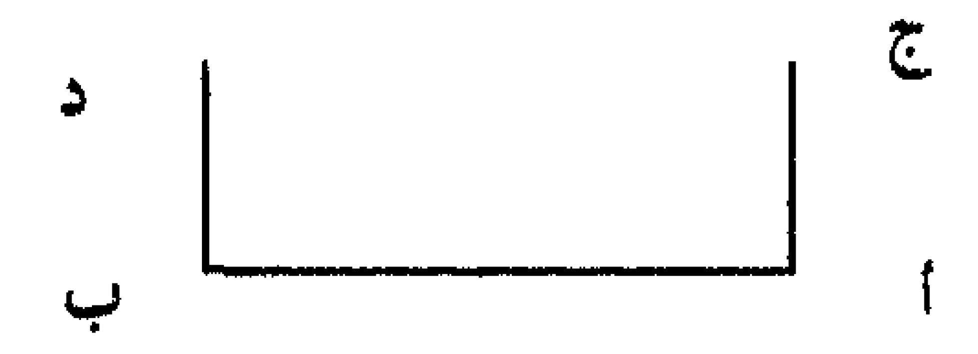
ونقدم فيما يلي مثالاً لهذه الإستراتيجية:

مثال: أراد معلم تدريب الطلبة على مهارة رسم مستطيل عُلم طوله وعرضه باستخدام الأدوات الهندسية، فلجأ إلي تجزئة المهارة إلى عدة أجزاء كما يلي:

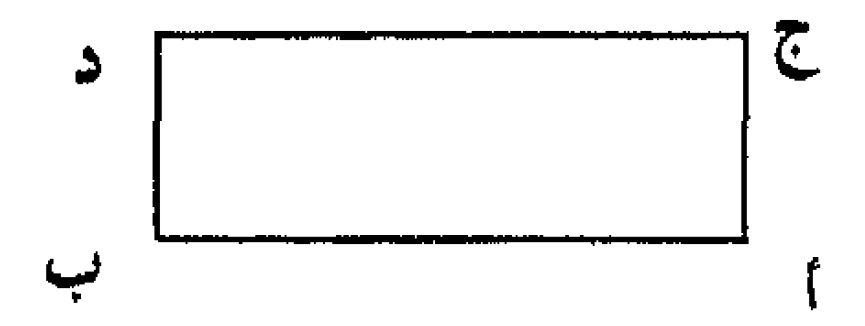
أ- قام بتدريب الطلبة على رسم القاعدة والتي تمثل طول المستطيل كما في الشكل المجاور:

أ ب

ب-قام بتدريب الطلبة على رسم عمودين من النقطتين أ، ب بارتفاع مقداره عرض المستطيل كما في الشكل المجاور.



ج-قام بتدريب الطلبة على إكمال الشكل المستطيل من خلال وصل النقطتين ج ، د كما في الشكل المجاور.



2-استراتيجية تدريس المهارة كوحدة واحدة:

هناك بعض المهارات لا تجزأ فهي تعطي كوحدة واحدة ويتم هنا التعليم والتدريب على المهارة كلها دفعة واحدة ويتم التركيز على تعلميها والتدريب عليها دفعة واحدة من غير تجزئة.

ونقدم فيما يلي مثالاً لهذه الإستراتيجية:

مثال: إذا أراد المعلم تدريب الطلبة على مهارة ضرب عدد من منزلتين في عدد من منزلة واحدة، فإنه يدرب الطلبة على إيجاد ناتج عملية الضرب بكل كلي، ونقدم فيما يلي مثالاً على تدريس المهارة التالية:

"ضرب عدد من منزلتين في عدد من منزلة واحدة دون حمل"

الهدف: أن يجد الطالب ناتج ضرب عدد من منزلتين في عدد من منزلة واحدة دون حمل.

الخبرات السابقة: مفهوم الضرب، حقائق الضرب، القيمة المنزلية.

الأساليب والأنشطة:

تحرك التقديم:

- يبدأ المعلم بمراجعة التلاميذ في مفهوم الضرب وحقائق الضرب والقيمة المنزلية.
- يقدم المعلم للمهارة من خلال تعريف الطلبة بموضوع الدرس، وعرض لخطوات ضرب عدد من منزلتين في عدد من منزلة واحدة دون حمل باستخدام المثال التالي: $21 \times 3 =$ ....

تحرك التفسير:

- يقوم المعلم بتوضيح خطوات تنفيذ المهارة والمبادئ التي تقوم عليها كل خطوة من خلال حل المثال التالي:

$$\begin{array}{rr} 2 & 1 \\ \times & 3 \\ \hline 6 & 3 \end{array}$$

حيث يوضح المعلم للطلبة الخطوات الأولى وهي ضرب العدد 3 في آحاد العـدد 21 وهو العدد (1) ويكون الناتج (3)، ثـم الخطـوة الثانيـة وهـي ضـرب العـدد (3) في عشرات العدد (21) وهو (2) ويكون الناتج (60)، ويكون الحل النهائي (63).

- يناقش المعلم الطلبة في حل المثال التالي:

$$\begin{array}{rr} 2 & 3 \\ \times & 4 \\ \hline & \end{array}$$

- يشرك المعلم الطلبة في حل المثال: $20 \times 4 =$ ....

تحرك التبرير:

- يقوم المعلم في هذا التحرك تبرير صحة الإجابات لتي تم الحصول عليها مـنن خلال الربط بين عملية الضرب وعملية الجمع، ففي المثال الأول:

$$63 = 21 + 21 + 21 = 3 \times 21$$

وهي نفس النتيجة التي تم الحصول عليها من خلال خوارزمية الضرب.

- يطبق المعلم نفس الطريقة التحقق من صحة الإجابة على الأمثلة الأخرى.

تحرك التدريب:

- يعطي المعلم الطلبة التدريبات التالية:

$$\begin{array}{rr} 1 & 3 \\ \times & 3 \\ \hline & \end{array} \qquad \begin{array}{rr} 2 & 1 \\ \times & 4 \\ \hline & \end{array}$$

- يعطي المعلم التمرين التالي للطلبة الذين أنهوا التدريبات السابقة:

أكمل الفراغ في المربعات التالية:

$$\begin{array}{r} 1\;\square \\ \times\quad 2 \\ \hline \square\;8 \end{array}$$

وعند تدريس المهارة بأي من الإستراتيجيتين فإن هناك مجموعة من التحركات يقوم بها المعلم ومن هذه التحركات:

1- **تحرك التقديم:** في هذا التحرك يتم التحقق من المفاهيم والمبادئ التي تقوم عليها المهارة وشرح خوارزمية أجزاء المهارة ويكون الشرح عادة شرحاً لفظياً أو كتابياً لإجراءات المهارة.

2- **تحرك التفسير:** وهي عملية توضيح لخطوات المهارة والمبادئ التي تقوم عليها هذه الخطوات ويمكن أيضاً في هذا التحرك عرض للحالات التي تكون عليها المهارة.

3- **تحرك التبرير:** يمكن أن يكون التبرير هناك التأكد من صحة حل المهارة بإجرائها بطريقة أخرى ويؤكد أيضاً المعلم في هذا التحرك على المبادئ التي تقوم عليها خطوات إجراء المهارة.

4- **تحرك التدريب:** تدريب الطالب على القيام بالمهارة حتى يصل إلى الاتفاق المطلوب لهذه المهارة وفي هذا التحرك يقوم الطالب بالتدريب على خطوات إجراء المهارات من خلال الأمثلة المتنوعة عليها والتمارين التي يطلب من الطالب حلها.

5- **تحرك التقويم:** يتم التحقق من اكتساب الطالب للمهارة بعرض تمارين متنوعة وبأشكال مختلفة على المهارة حتى يتحقق المعلم من درجة إتقان الطالب للمهارة المتعلمة.

وإليك عزيزي القارئ هذا المثال على تعلم المهارة.

مثال: تعليم مهارة حل المعادلة التربيعية بطريقة القانون العام.

الحل:

تحرك التقديم: يتم التقديم لهذه المهارة بمرجعة الجذر التربيعي والطرق الأخرى في حل المعادلة التربيعية كطريقة الأقواس وإكمال المربع وعرض قانون حل المعادلة التربيعية والتي تكون على الصورة.

$$أس^2 + ب س + جـ = صفر$$

وقانون الحل هو:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4 أ جـ}}{2 أ}$$

تحرك التفسير: يتم توضيح رموز القانون حيث

أ: تمثل معامل س2 في المعادلة.

ب: تمثل معادلة س في المعادلة

جـ: تمثل الحد المطلق

وتسمى القيمة تحت الجذر (ب2 – 4 أجـ) بالتمييز وتوضيح الحالات التي يكون عليها المميز وهي:

الحالة الأولى: إذا كان المميز > صفر (موجب) وفي هذه الحالة يكون للمعادلة حلين حقيقيين هما:

$$س_1 = \frac{-ب + \sqrt{ب^2 - 4 أ جـ}}{2 أ}$$

$$س_2 = \frac{-ب - \sqrt{ب^2 - 4 أ جـ}}{2 أ}$$

الحالة الثانية: إذا كان المميز = صفر، وفي هذه الحالة يكون للمعادلة حل حقيقي واحد فقط هو

$$\text{س} = \frac{-\text{ب}}{2\text{أ}}$$

الحالة الثالثة: إذا كان المميز < صفر (سالب) وفي هذه الحالة لا يكون هناك حل حقيقي للمعادلة ويعرض ثلاثة أمثلة محلولة على حل المعادلة التربيعية كل مثال يحدد حالة من الحالات الثلاث كالآتي:

مثال 1:

حل المعادلة التربيعية التالية باستخدام القانون العام.

$\text{س}^2 - 5\text{س} + 6 = $ صفر

ويكون حل هذه المعادلة على النحو التالي:

تحديد قيم أ = 1، ب = −5، جـ = 6

اختبار المميز $\text{ب}^2 - 4\,\text{أ}\,\text{جـ} = (-5)^2 - 4\,(1)\,(6)$

$= 25 - 24 = 1 >$ صفر

المميز موجب فيكون هناك حلين للمعادلة.

$$\text{س}_1 = \frac{-\text{ب} + \sqrt{\text{ب}^2 - 4\,\text{أ}\,\text{جـ}}}{2\text{أ}} = \frac{-(-5) + \sqrt{1}}{2 \times 1} = 3$$

$$\text{س}_2 = \frac{-\text{ب} - \sqrt{\text{ب}^2 - 4\,\text{أ}\,\text{جـ}}}{2\text{أ}} = \frac{-(-5) - \sqrt{1}}{2 \times 1} = 2$$

مثال 2:

حل المعادلة التربيعية التالية باستخدام القانون العام

$س^2$ + 4س + 4 = صفر

- أ = 1، ب = 4، جـ = 1

- المميز ب2 – 4 أ جـ = (4)2 – (4) (1) (4)

= 16 – 16 = صفر

-المميز = صفر وهنا يكون حل واحد للمعادلة هو

س = $\frac{-ب}{2أ}$ = $\frac{-4}{2 \times 1}$ = -2

مثال3:

حل المعادلة التربيعية التالية باستخدام القانون العام

-2$س^2$ – 2س + 3 = صفر

-أ = 2، ب= -2، جـ = 3

-المميز $ب^2$ -4 أجـ = $(-2)^2$ – (4) (2) (3)

= 4 – 24 = -20

-المميز سالب وبالتالي لا يوجد حل حقيقي للمعادلة:

تحرك التبرير: وهنا يتم التأكد من صحة حل الأمثلة السابقة بعد حل كل واحد على حدة وعن طريق حلها بطريقة الأقواس أو حلها بطريقة إكمال المربع ويتم التأكيد على الحالات الثلاثة السابقة لحل المعادلة التربيعية بإعطاء المزيد من الأمثلة المتنوعة على هذه الحالات وحلها من قبل المعلم وبمشاركة الطالب في أجزاء من الحل.

تحرك التدريب: يعطي المعلم هنا مزيداً من الأمثلة للتدريب على هذه المهارة ويطلب من الطالب حلها ويجب أن تكون هذه الأمثلة تشمل الحالات الثلاث ويُساعد المعلم الطالب في الحل ومن التدريبات التي يمكن أن تعطي للطالب.

- $س^2 - 3س - 2 = $ صفر
- $4س^2 + 5س - 1 = $ صفر
- $3س^2 - 2س + 1 = $ صفر
- $س^2 + 2س + 1 = $ صفر
- $س^2 + 4س + 6 = $ صفر
- $س^2 - 8س + 16 = $ صفر

تحرك التقويم: يقوم المعلم في هذا التحرك بإعطاء الطلبة تمارين على حل المعادلة التربيعية والمراقبة حلهم من بعيد ليتأكد أن جميع الطلبة قد اتقنوا هذه المهارة ويمكن أن يعطي المعلم واجبات منزلية للطلاب أو امتحانات قصيرة.

رابعاً: المسائل الرياضية: Mathematical Problems

يخلط كثير من المتعلمين بين المسألة الرياضية والتمرين (التدريب)، ويجب التوضيح هنا أن المسألة الرياضية تختلف عن التمرين وسنعود هنا تعريف التمرين وتعريف المسألة الرياضية.

فالتمرين (التدريب): هو مهمة تربوية يتطلب إجراؤها استدعاء سلسلة من الخطوات المعروفة لدى الطالب التي كان قد تعلمها في وقت سابق، فمثلاً إذا كان الطالب قد تعلم خوارزمية الضرب.

فالسؤال "جد حاصل الضرب 25 × 43" يعتبر تدريباً.

وإذا كان الطالب قد تعلم خوارزمية القسمة فالسؤال "جد ناتج القسمة 280 ÷ 25" يعتبر أيضاً تمريناً.

أما إذا لم يكن الطالب قد تعلم في وقت سابق خوارزميتي الضرب والقسمة، فلا يمكن اعتبار كل من هذين السؤالين تدريباً، وفي الغالب فالتمرين (التدريب) يحصل بالتطبيق المباشر باستخدام واحداً أو أكثر من الخوارزميات الحسابية المعرفة.

في حين أن **المسألة الرياضية**: هي المهمة الأكثر تعقيداً من التمرين (التدريب)، إذ لا يمكن حلها بالتطبيق المباشر باستخدام واحد، أو أكثر من الخوارزميات الحسابية، بل يستدعي حلها درجة عالية من الإبداع من طرق الشخص الذي يحلها. وبذلك فالمسألة الرياضية هي موقف جديد ومميز يواجه الفرد، ولا يكون له عند الفرد حل جاهز في حينه.

فمثلاً يعتبر السؤال جد حاصل الضرب (25 × 43) مسألة رياضية للطلبة الذين تقل أعمارهم عن (8) سنوات، ولم يتعلموا خوارزمية الضرب، لكنه ليس كذلك بالنسبة للطلبة الذين تعلموا خوارزمية الضرب، وكذلك يعتبر السؤال جد ناتج القسمة (280 ÷ 25) مسألة رياضية بالنسبة للطلبة الذين هم في سن أقل من (10) سنوات، ولم يتعلموا خوارزمية القسمة لكنه ليس كذلك بالنسبة للطلبة الذين تعلموا خوارزمية القسمة.

وانطلاقاً مما سبق يُمكن اعتبار المسألة رياضية أو تمريناً تعتمد على المعرفة التي يمتلكها الفرد المتعلم، فقد يستجيب الطالب على سؤال ما بطريقة روتينية، ومألوفة بينما قد يحتاج طالب آخر إلى التفكير ملياً إذا كانت معرفته السابقة لا تقدم له طريقة روتينية.

للإجابة عن السؤال، ما هو مسألة عند الطالب اليوم قد لا يكون في فترة لاحقة، وقد لا يشكل الموقف نفسه بالنسبة لإثنين يمتلكان الخبرات نفسها مسألة رياضية.

وحتى يكون الموقف بالنسبة لفرد ما مسالة رياضية أو مشكلة، يجب أن تتوافر ثلاثة شروط بالنسبة للفرد، وهذه الشروط هي:

1- وجود سؤال يسعى المتعلم للإجابة عليه.

2- احتواء السؤال على غموض أو صعوبات مما يعوق الإجابة عليه بطريقة روتينية آلية من قبل المتعلم.

3- قياس المتعلم بمحاولة أو أكثر للتغلب على تلك الصعوبات، ومن ثم الإجابة على السؤال.

وتعتبر القدرة على حل المسائل أمراً هاماً، فلاكتسابها فوائد جمة بالنسبة للحياة ولتعلم الرياضيات والموضوعات الأخرى، ولكي يكتسب الطلاب المقدرة على حل المسائل الرياضية، فإن من واجبات المدرسين الاهتمام كثيراً بحل المسائل الرياضية، والبحث عن السبل الملائمة لتدريسها، وعدم الاكتفاء بإعطاء التمارين والتدريبات المختلفة الأخرى، بل العمل على أن تكون هذه الاخيرة عوامل مساعدة يفهم الطلاب من خلالها المفاهيم والمبادئ الرياضية، ويوظفها في خدمة تدريس حل المسائل الرياضية.

أهمية حل المسألة الرياضية: Problem Solving Importance

يوجد لحل المسائل الرياضية أهمية كبيرة في حياة الفرد والمجتمع ويمكن تحديد أهمية حل المسألة الرياضية فيما يلي:

1- يكتشف الطلبة من خلال حل المسائل الرياضية معارف جديدة مثل:

أ- التفكير الاستدلالي الذي يقوم على استنباط العلاقات والنتائج بعضها من بعض.

ب- التفكير الابتكاري الذي يقوم على ربط العلاقات بعضها ببعض لتكوين نظاماً متسلسلاً متماسكاً.

ت- التكفير الناقد الذي قوم على تحليل وتقويم عناصر وجزئيات الموقف وإعطاء المبررات واكتشاف العلاقات.

2- تحفز الطلبة على التعلم وتثير دافعيتهم.

3- يؤدي حل المسألة الرياضية إلى تعلم مفاهيم جديدة.

4- تدريب المتعلم على حل المشكلات التي تواجهه في حياته اليومية.

5- تكسب خبرات وظيفية لا يمكن اكتسابها بغير هذه الطريقة.

6- تثير فضول المتعلم عند النجاح في حلها إلى التوصل إلى نجاح آخرون في مسألة أخرى.

7- تثير الفضول الفكري وحسب الاستطلاع لدى المتعلمين.

8- تجعل الطلبة أكثر قدرة على التحليل واتخاذ القرارات في الحياة وحل المشكلات في شؤون حياتهم المختلفة في الحاضر والمستقبل.

9- تعرف الطلبة على تطبيقات الرياضيات في مجالات الحياة المختلفة.

للأسباب السابقة وغيرها يعتبر موضوع حل المشكلات الرياضية من أهم الموضوعات المتعلقة بتعليم الرياضيات منذ منتصف القرن العشرين وحتى يومنا هذا.

الصعوبات التي تواجه الطلبة في حل المسألة الرياضية:

لقد أظهرت العديد من الدراسات والأبحاث أن هناك ضعفاً لدى الطلبة في المقدرة على حل المسائل الرياضية، وأن أسباب هذا الضعف، والعوامل الرئيسية التي تؤثر في هذه القدرة تكمن في النقاط التالية:

1-عدم التمكن من مهارة القراءة: تصاغ المسائل اللفظية عادة بعبارات موجزة، وأسلوب مقتضب، وتتضمن مصطلحات، ومفاهيم، لذلك يعتمد فهم المسألة على مدى فهم هذه المفاهيم والمصطلحات، وحيث أن فهم المسألة هو الخطوة الأولى للحل فواجب المعلم أن يتأكد من معرفة الطلبة لمفردات المسألة وتعابيرها.

2-عدم القدرة على تحليل المسألة إلى عناصرها.

3-عدم القدرة على اختيار الأساليب المناسبة، واستذكار المعلومات الأساسية، ضعف القدرة عل التفكير والاستدلال والتسلسل في خطوات الحل.

4-عدم التمكن من المبادئ والقوانين والمفاهيم والعمليات ومعاني بعض المصطلحات الرياضية ومهارات العمليات الحسابية الأساسية.

5-عدم قدرة على اختيار الخطوات التي ستتبع في حل المسألة، وضعف خطة معالجة المسألة، وعدم تنظيمها.

6-ضعف قدرة الطلبة على التخمين والتقرير وعدم تشجيع الطلبة على ذلك واللجوء إلى الآلية وحكم العادة في مباشرة الحل ومتابعته.

خطوات حل المسألة الرياضية:

حدد جورج بوليا في كتابه "البحث على الحل" أربع مراحل يتم فيها حل المسألة الرياضية وهذه الخطوات هي:

المرحلة الأولى: فهم المسألة الرياضية:

تتضمن هذه الخطوة تحديد المعطيات في المسالة الرياضية، وتحديد المطلوب من المسألة، فمن غير المقبول أن يشرع الطالب في حل مسألة لا يفهمها، أو لا توجد لديه رغبة في حلها فأول واجباتك أن تكون لدى الطالب دافعية وقدرة على الحل.

وتستطيع أن توصل طلبتك إلى القدرة على الحل من خلال سلسلة من الأسئلة الموجهة حول عناصر المسألة وارتباط هذه العناصر ببعضها، ومما سبق من خلال الطلبة، ومن أمثلة هذه الأسئلة الموجة ما يلي:

ما المعطيات؟ وما الشروط المتوافرة؟ ما المطلوب من السؤال؟ هل يمكن صياغة السؤال بلغة سهلة؟ هل يمكن تمثيل المسألة بالرسم؟ إلخ. والغاية من كل هذه الأسئلة وهذا التحليل هو فهم المسألة فهماً كاملاً، وتمثيلها في مخيلة الطالب تمثيلاً يمكنهم منها والانصراف الكامل للحل.

المرحلة الثانية: وضع خطة لحل المسالة الرياضية:

في هذه المرحلة يعرض المعلم في هذه المرحلة بعض الأسئلة التي قد توصل إلى فكرة الحل، كربط المسألة بمسألة سابقة لها علاقة بها، أو إجراء بعض التعديلات في المسألة المعطاة له، مما يؤدي إلى إيجاد حل لمسألة قد تساعد في حل المسألة الأصلية، ومن أمثلة هذه الأسئلة:

- هل رأيت المسألة من قبل؟
- هل رأيتها بشكل آخر قريب؟
- هل تعرف مسألة ذات صلة بمسألتك؟
- هل تعرف نظرية قد تفيدك في الحل؟
- هل تستطيع إيجاد رابط بين المعطيات والمطلوب؟

المرحلة الثالثة: تنفيذ الحل:

إذا تمكن الطالب من إدراك الخطة التي توصل إليها في مرحلة التخطيط، واستوعب جوانب الخطة التي أدركها، تعتبر مرحلة التنفيذ في هذه الحالة من أسهل خطوات الحل، خاصة إذا كانت الخطة من ابتكار الطالب نفسه، ولم تفرض عليه من جهة خارجية، حيث يطبق الطالب العلاقات والقوانين والمسائل الحسابية التي حددها في الخطوة السابقة ليتوصل إلى النتائج.

المرحلة الرابعة: التحقق من صحة الحل:

في هذه المرحلة يقوم المعلم بتشجيع الطلبة على مراجعة الحل، وتأكيد من صحة الجواب ومعقوليته، وذلك من خلال السير بخطوات الحل عكسياً، أو من خلال التحقق من الحل بالتعويض، أو اللجوء إلى طريقة أخرى في الحل.

بالإضافة إلى ذلك ينصح بتشجيع الطلبة على اشتقاق، وتطوير مسائل جديدة من المسألة الحالية، تعويدهم على تأليف مسائل مشابهة، مما يكسبهم فهماً أكثر للمفاهيم وقدرات أعلى في ربط العلاقات وإدراك التعميمات.

والمثال التالي يوضح الخطوات التي يمر بها الطالب في أثناء حله للمسألة :

مثال: مع أحمد (60) ديناراً وما مع خالد يزيد (5) دنانير على ما أحمد، كم ديناراً مع خالد ؟

1- يبدأ الطالب بقراءة المسألة وفهم معناها العام ومعاني الكلمات فيها

2- يحدد الأجزاء الرئيسية للمسألة : ما الذي يجب أن تجده (المطلوب) ؟ ما المعطيات (المفروض) ؟ ما الذي يربط بين المعطيات (الشروط) ؟

3- ترجمة الشروط إلى عبارات رياضية

6 ☐ = مع سعيد

4- ايجاد الناتج 6+5 = 11

5- اختبار صدق الجواب، هل 11 تزيد عن 6 بمقدار 5 ؟

وأصعب خطوة بالنسبة للطالب هي خطوة ترجمة الشروط إلى عبارات رياضية، هل يجمع أم يطرح؟ وهذه عملية تتعلق بالعلاقة بين اللغة العربية واللغة الرياضية .

وفى كل مسألة هناك كلمات مفتاحية تساعد الطلاب على فهم المسالة وترجمتها إلى رموز رياضية وحلها .

ترجمتها الرياضية	العبارة الكلامية
7 +5	مجموع 5 و7
3 + 9	اكبر من 9 ب 3
5 – 12	اطرح 5 من 12
3 + 4	يزيد عن 4 ب 3
5 – 12	يقل عن 12 ب 5
9 – 17	الفرق بين 17 و9
8 × 3	ثلاثة أمثال 8
7 × 6	حاصل ضرب 6، 7
5 + 7	مع احمد 7 ومع ليلى 5
جمع أوطرح	أخذ
طرح	صرف، دفع
قسمة	وزع
5× 4	4 أضعاف الـ 5
4 + 6	عمر ليلى 6سنوات بعد4 سنوات يصبح عمرها ؟
×	في
قسمة	على
+	و

إرشادات تساعد في حل المسألة :

1. إيجاد مناخ ودي للطلاب في أثناء التعلم بشكل عام وحل المسائل بشكل خاص.
2. تشجيع الطلاب يولد لديهم الثقة بالنفس والإقدام على العمل.
3. تقديم مسائل شفوية للطلاب والاستعانة بالرسوم والتمثيل.
4. تقديم مسائل متنوعة للطلاب وليس مسائل من النمط نفسه.
5. تقديم بعض المسائل الرياضية (مثل إستراتيجية التحليل وهو التفكير في المطلوب ويبحث عن احتمالات تحققه).
6. تقديم أنشطة تتعلق بالعد وحل التمارين العددية العدد التصاعدي، العد التنازلي يساعد في حل المسائل.
7. تشجيع الطلاب على ابتكار المسائل ولعب الأدوار أثناء الحل، وتمثيل المرحلة.
8. استخدام الألعاب التربوية يعزز من قدرات الطلاب في حل المسائل التربوية.
9. جعل الطلاب يكتبون جملا رياضية.
10. على الطلاب يصغون المسألة بأنفسهم.
11. إعطاء مسائل لفظية.
12. إعطاء مسائل لا تحتوى أعداداً.
13. أطلب إلى الطالب تعيين العملية التي يجب استعمالها في المسألة.
14. إعطاء مسائل فيها نقص في المعلومات والطلب من الطلاب تعيين النقص.
15. تشجيع الطلاب على التأكد من معقولية أجوبتهم.
16. استعمال مسجل لمساعدة الطلاب الذين لا يقرؤون جيداً.

استراتيجيات حل مسألة الرياضية:

لقد سبق أن وضحنا خطوات حل المسألة التي اقترحها بوليا، ويمكن السير بهذه الخطوات وبنفس الترتيب في جميع الاستراتيجيات المقترحة تالياً. وتمثل الاستراتيجية الخطوة الثانية في خطوات حل المسألة لبوليا.

إن انتقاء مسائل رياضية جدية وحلها لا يكفي لتنمية قدرات الطلبة على حل المسألة، على المعلم أن يواجه عناية الطالب إلى ضرورة التفكير والتأمل من المسألة التي تواجهه قبل أن يقوم بخطوات عشوائية لمحاولة حلها. وهناك استراتيجيات متعددة تستخدم في حل المسالة الرياضية منها:

1-استراتيجية المحاولة والخطأ:

تعتمد هذه الاستراتيجية على مبدأ التخمين، إذ يخمن الطالب الحل ويخضع هذا الحل إلى الاختبار، فإذا ظهر خطأ حل المقترح يستبعده الطالب ويلجأ إلى محاولة جديدة حتى يتوصل إلى الحل الصحيح. وتتطلب هذه الاستراتيجية من المعلم تشجيع الطلبة على عمل تخمينات معقولة وليست عشوائية فعلى سبيل مثال للتوصيل إلى حل المسألة التالية:

ما العدد المناسب في الفراغ التالي:

$35 = \ldots\ldots + \ldots\ldots \times 6$

يناقش المعلم طلبته هل العدد 3 هو العدد المناسب، ولماذا؟ ويستمر في تقديم حلول جديدة، ماذا عن العدد 4؟ وهكذا ..

2-استراتيجية عمل قائمة منظمة أو جدول:

تتطلب هذه الاستراتيجية تنظيم المعلومات الواردة في المسألة الرياضية في قائمة منظمة أو جدول، إذ يساعد هذا التنظيم الطالب على إدراك العلاقات والأنماط بين المعلومات مما يسهل عليه حل المسألة.

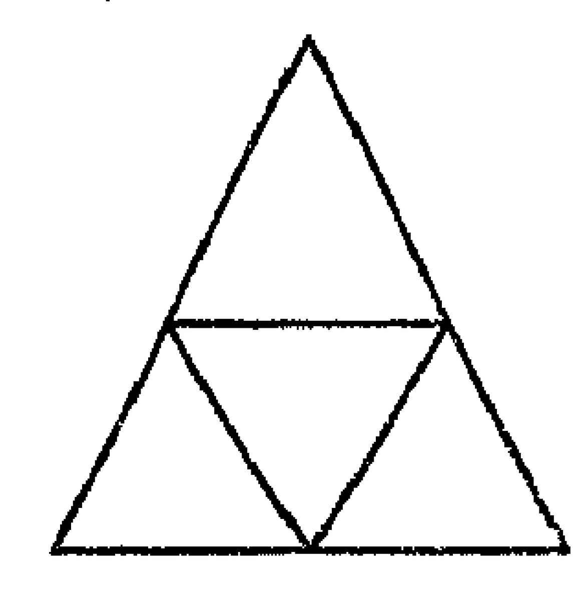
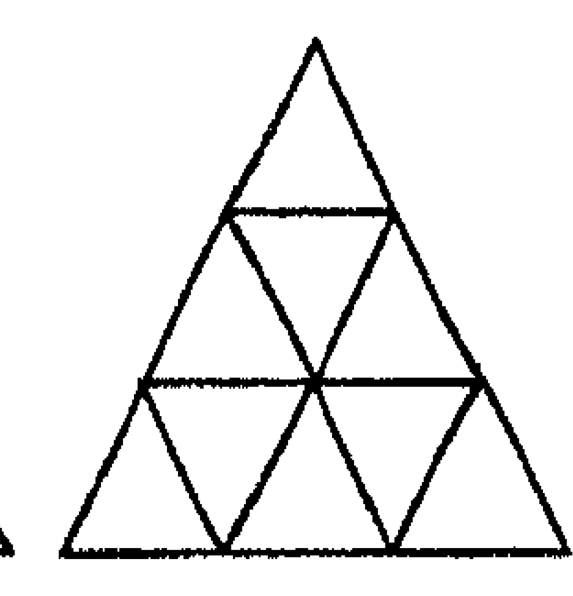
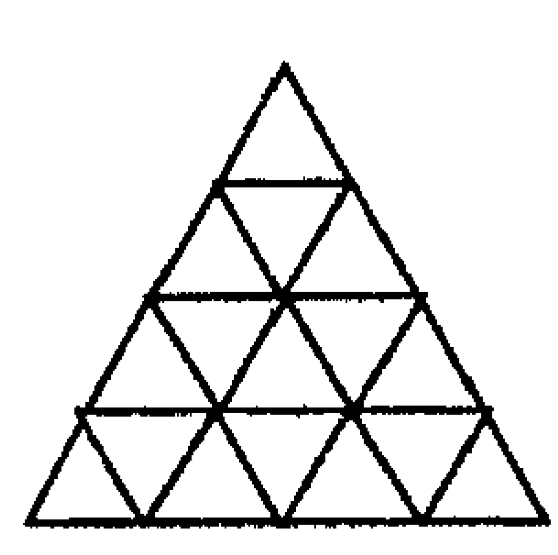
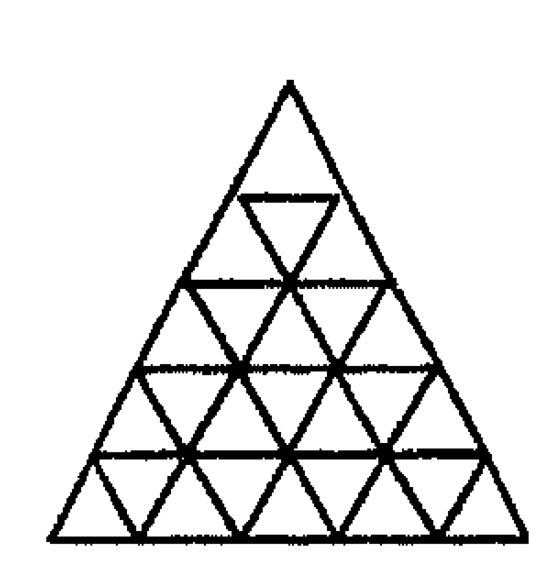
مثال: غرفة قاعدتها مربعة الشكل طولها 4م، كم بلاطة نحتاج لتبليط قاعدة الغرفة إذا كان طول ضلع البلاطة = 25سم؟

ومثل هذه الاستراتيجية يمكن أن تستخدم لتطوير مفهوم المساحة للأشكال المختلفة لدى الطلبة.

3-استراتيجية البحث عن النمط:

تستخدم هذه الاستراتيجية عندما يتوفر وجود نمط معين للأعداد أو الأشكال المتضمنة في المسألة، فمعرفة القاعدة التي تكون هذا النمط تساعد في الحل.

مثال: انظر إلى الأشكال أدناه، وبين عدد المثلثات في الشكل التالي، الذي يأتي على نفس النمط الوارد في الأشكال الأربعة التالية:

4-استراتيجية حل مسألة أبسط:

تستخدم هذه الإستراتيجية عندما تكون المسألة الرياضية معقدة نوعاً ما نظراً لاحتوائها على أعداد كبيرة أو حلها يتطلب خطوات كثيرة، ففي هذه الحالة نلجأ إلى استخدام الإستراتيجية عن طريق تقسيم المسألة إلى مسائل أسهل في أرقامها وخطواتها.

مثال: ما مجموع الزوايا الداخلة للشكل السداسي المنتظم؟ أي كم زاوية قائمة؟

خطة الحل: نقسم المسألة إلى مسائل أسهل بغية الوصول إلى الحل.

ما مجموع قياسات زوايا المثلث؟ كم زاوية قائمة؟

ما مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي؟ كم زاوية قائمة؟

وهكذا إلى أن تتضح القاعدة.

5- إستراتيجية البحث عن معادلة أو قانون:

تستخدم هذه الطريقة عندما تكون هناك إمكانية في المسالة الرياضية لاستخدام المتغير للدلالة على المجهول وتشكيل معادلة، وتتطلب هذه المعادلة الحل، وقيمة المتغير الناتج عن حل المعادلة يعد الحل للمسألة.

مثال: ما سرعة سيارة قطعت مسافة 180كم في 3 ساعات؟

6- إستراتيجية عمل نموذج أو شكل

تستخدم هذه الإستراتيجية عندما يكون هناك إمكانية للتعبير عن المسألة أو بالرسم نموذج، فتمثيل المسألة بصورة جديدة يسهل من عملية حلها.

مثال: بركة مستطيلة الشكل طولها 24م، وعرضها 16م، يحيط بها رصيف عرضه 2م، ما مساحة الرصيف.

7- إستراتيجية السير بخطوات عكسية

تتطلب هذه الإستراتيجية الحل بصورة عكسية حيث يسير الطالب في الحل من نهاية المسألة حتى يصل إلى البداية.

مثال: أنفق رجل ثلث ما معه من نقود في الأسبوع الأول من رمضان، وفي الأسبوع الثاني أنفقط ربع ما بقى معه، وفي الأسبوع الثالث انفق ثلث ما بقى معه في الأسبوع الثاني وفي الأسبوع الرابع أنفق ربع ما بقى معه في الأسبوع الثالث، فإذا بقى معه 75 دينار فكم كان معه في بداية الشهر؟

8- إستراتيجية التبرير المنطقي:

يتم في هذه الإستراتيجية معرفة الروابط بين الحقائق المعطاة وإدراك العلاقات بينهما، ثم السير بخطوات مبررة منطقياً من أجل حل المسألة وتناسب هذه الإستراتيجية المسائل التي تتطلب برهاناً رياضياً في الصفوف العليا.

الوحدة الخامسة

تدريس بعض الموضوعات الرياضية

تدريس المجموعات والأعداد

تدريس الجمع

تدرس الطرح

تدريس الضرب

تدريس القسمة

تدريس الهندسة

تدريس القياس

تدريس الكسور

الوحدة الخامسة

تدريس بعض الموضوعات الرياضية

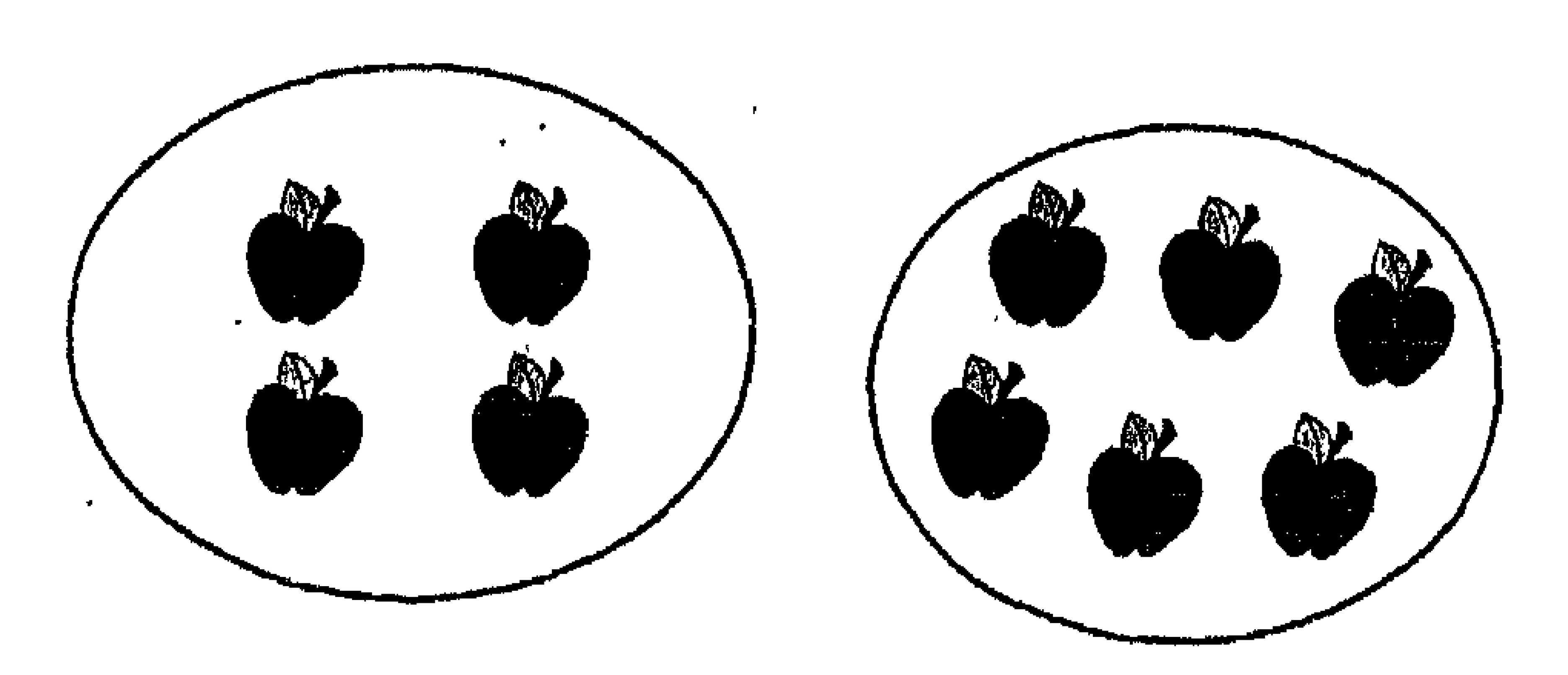
تدريس المجموعات والأعداد:

المجموعات:

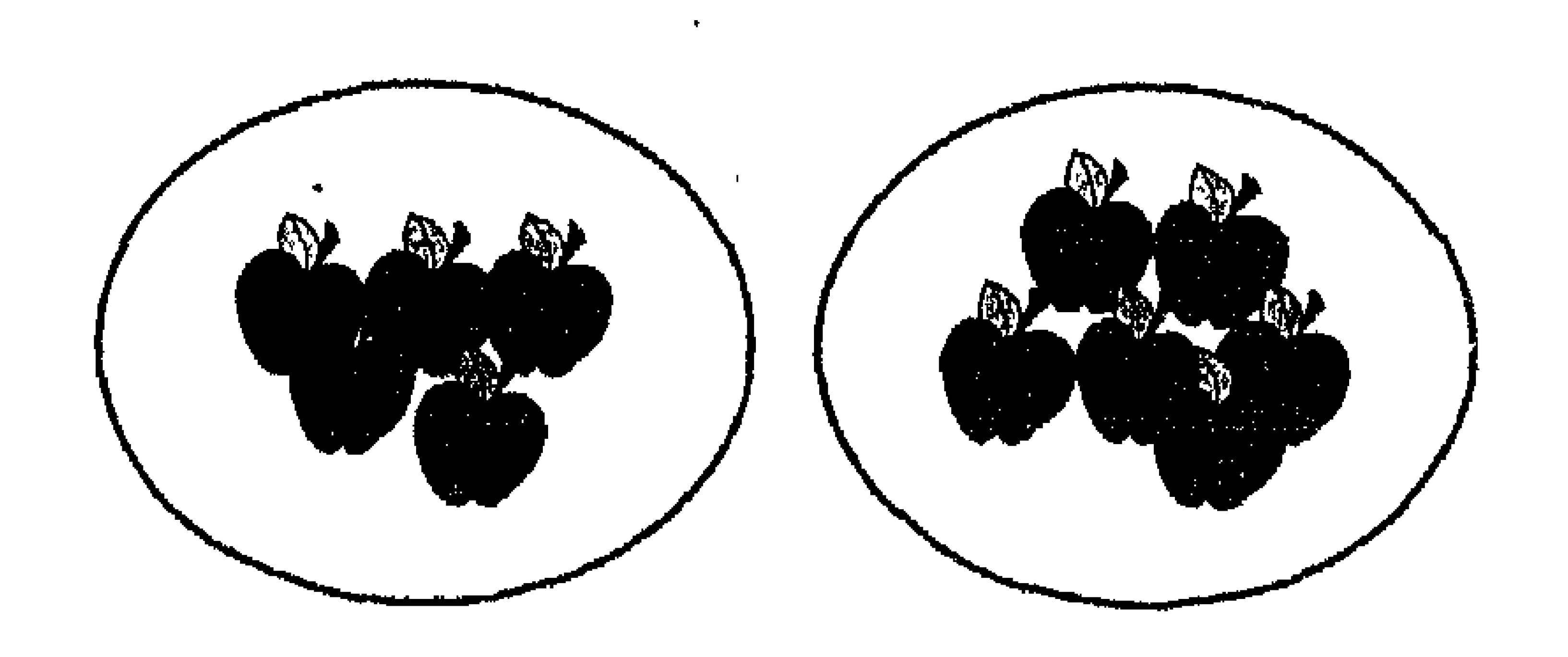
يقصد بالمجموعة هي تجمع من الأشياء أو العناصر سواء كانت حسية أو شبه حسية. وللمجموعات الحسية وشبه الحسية مكانة مهمة في تعلم وتعليم الرياضيات خصوصاً لتلاميذ المرحلة الأساسية الدنيا، فلو واجهنا التلاميذ عند التحاقهم بالمدرسة بالسؤال التالي: أيهما أكبر العدد (15) أم العدد (4) ؟، فربما تجد الكثير منهم يخفق في إعطاء الإجابة الصحيحة وتبريرها، ولكن إذا عرضنا عليهم مجموعتين من المساطر وسألناهم أي المجموعتين أكثر؟ فنلحظ أن الأطفال قادرون على إعطاء إجابات صحيحة وتبريرها. إن مثالاً كهذا وأمثلة أخرى كثيرة تعطي فكرة عن أهمية المجموعات في تعلم وتعليم الرياضيات لتلاميذ هذه المرحلة؛ لذلك يجب أن لا يفوتك عزيزي الطالب أن معظم المفاهيم الرياضية، إن لم يكن كلها، يتم تدريسها لتلاميذ المرحلة عبر فكرة المجموعات التي تتشكل من أشياء حسية أو شبه حسية.

المجموعات وعملية المقارنة:

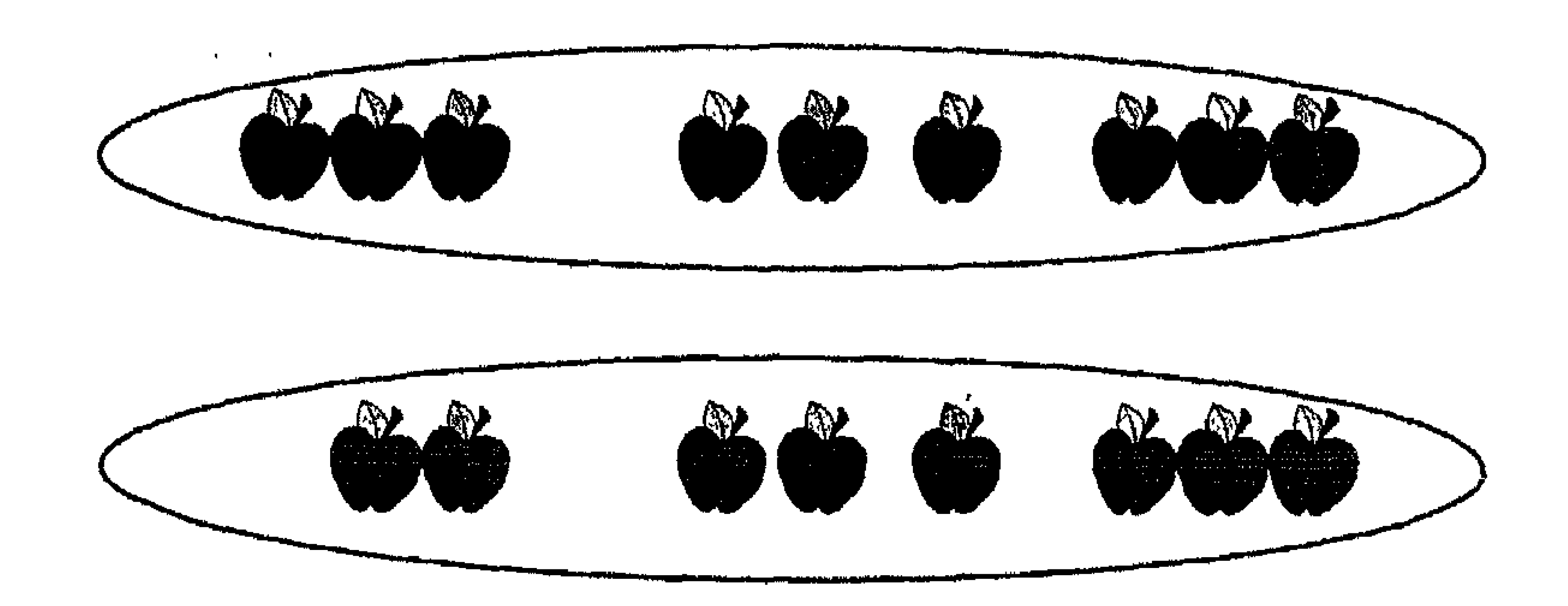
أن الطفل الذي يدخل المدرسة يستطيع الحكم بمجرد النظر، على أن مجموعة تحتوي ستة عناصر هي أكثر من مجموعة تحتوي على أربعة عناصر. فهو يستطيع بمجرد النظر أن يحكم على أن المجموعة الأولى فيها من التفاح أكثر من المجموعة الثانية كما في الشكل التالي:



ولكن إذا ما عرضنا على الطفل المجموعتين التاليتين، وطلبنا إليه أن يقرر أيهما يحتوي عدداً أكثر من التفاح، كما في الشكل التالي.



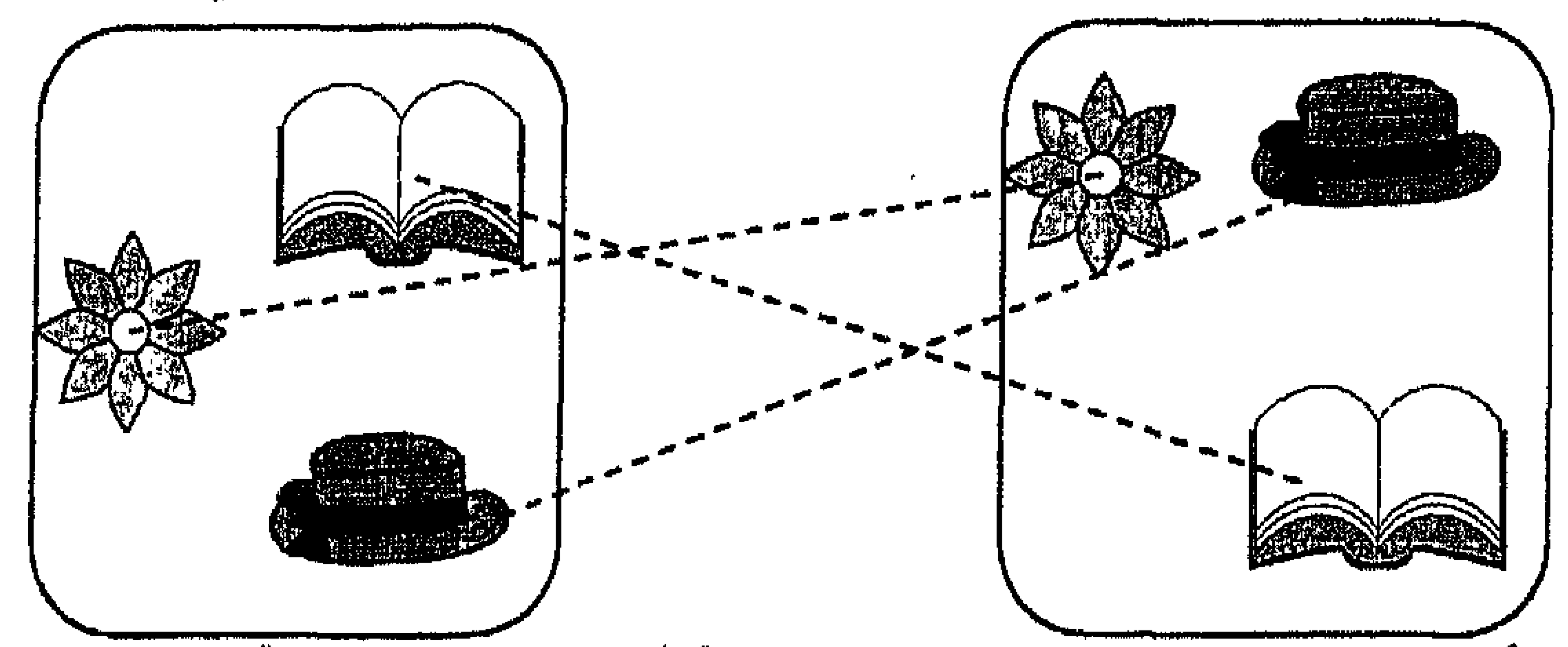
أعتقد يصعب على الطفل أن يقرر أي المجموعتين تحتوي على عدد من التفاح أكثر بمجرد النظر، إلا أن الطفل يستطيع الحكم بمجرد النظر على أن المجموعتين التي تحتوي عدداً من التفاح أكثر، كما في الشكل التالي.



فكيف يتم ذلك؟ إن هذا يتم من خلال تكوين علاقة بين المجموعتين، يطلق عليها رياضياً "علاقة واحد لواحد" من خلال فكرة الترتيب.

ويمر تعليم الأطفال المقارنة بين مجموعتين لمعرفة أيهما تحتوي عناصر أكثر عبر المراحل التالية :

1- الطلب من التلاميذ أن يزاوجوا بين مجموعة عناصرها مختلفة في الشكل ومجموعة أخرى تحتوي على العناصر نفسها كما في الشكل التالي:



وفي هذه الأثناء قد يزود المعلم التلاميذ بأمثلة " لمجموعات متكافئة " أي لها العدد نفسه ومن العناصر مثل:

مجموعة أقلام	ومجموعة مباري
مجموعة تلاميذ	ومجموعة كراسي
مجموعة ملاعق	ومجموعة كؤوس

ويوضح المعلم مفهوم "التقابل واحداً لواحد" كما يلي:

كل قلم في مبراة، يجلس كل طالب على كرسي، وكل معلقة في كأس ....

وعند تنفيذ التلاميذ لأمثلة من هذا القبيل، وتوصيل الخطوط بين المجموعتين للمقابلة، يؤكد المعلم عدم التوصيل، أو المزاوجة بين عنصرين من المجموعة الأولى بعنصر واحد من المجموعة الثانية .

وحين مراجعة أمثلة كالأمثلة السابقة يتم التوصل إلى مفهوم (**التكافؤ بين مجموعتين**)، وهي الحالة التي تحوي فيها المجموعة الأولى من العناصر بقدر ما تحويه المجموعة الثانية .

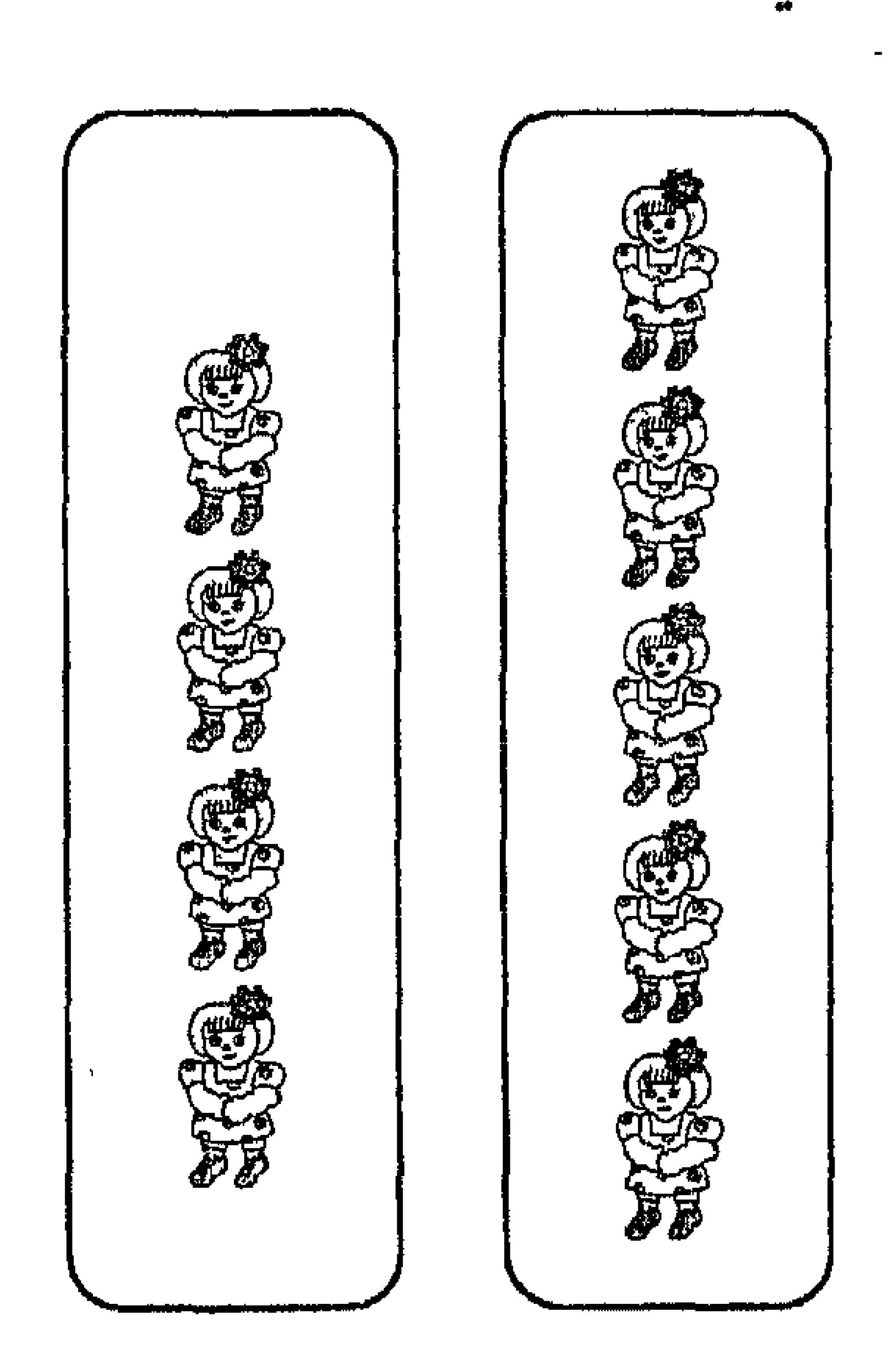
وهنا يردد التلاميذ:

مجموعة أقلام تكافئ مجموعة المباري

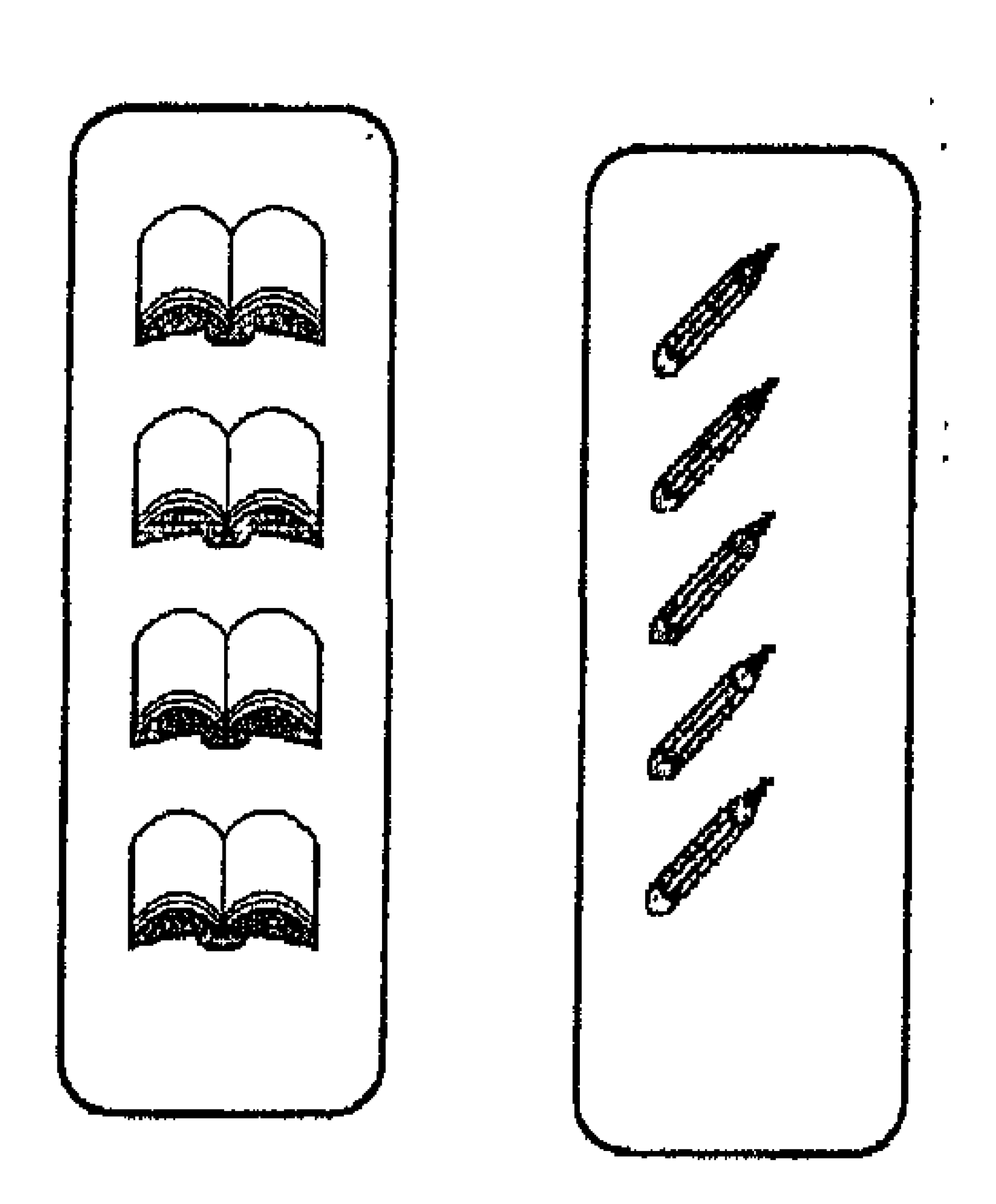
مجموعة التلاميذ تكافئ مجموعة الكراسي

مجموعة الملاعق تكافئ مجموعة الكؤوس

2- الطلب من التلاميذ المزاوجة بين مجموعتين تحتوي كل منهما على عناصر لها الشكل نفسه ولكن أحداهما تحتوي على عدد من العناصر أكثر أو أقل من المجموعة الأخرى وسؤال التلاميذ أي المجموعتين تحتوي على عناصر أكثر كما في الشكل التالي:



3- الطلب من التلاميذ المزاوجة بين مجموعتين مختلفتين في عددهما وتحويان عناصر تربطها علاقة كما في الشكل التالي:



هذا وبعد تمكن التلاميذ من تحديد المجموعة التي تحوي عناصر أكثر، يقوم المعلم بتدريبهم على تحديد المجموعة التي تحتوي على عناصر أقل .

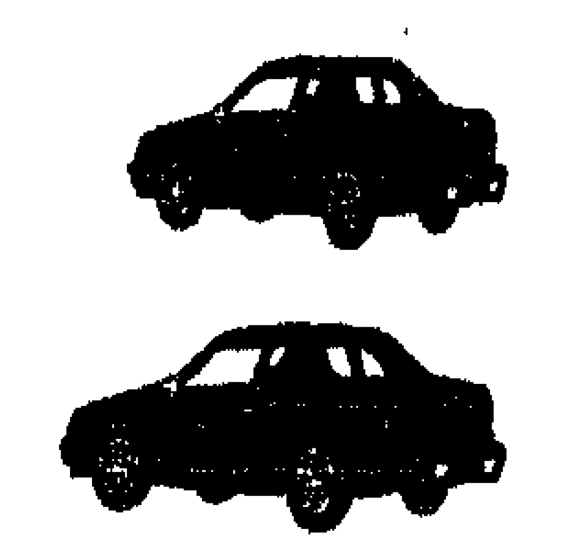
وتجدر الإشارة هنا إلى عدم الخلط بين المفاهيم: أكثر من، وأقل من، والتكافؤ. والتي نستخدمها للمقارنة بين مجموعتين بما تحويه كل منهما من عناصر، وبين المفاهيم: أكبر من، وأصغر من، ويساوي . والتي نستخدمها للمقارنة بين الأعداد عند تدريس ما يتعلق بمقارنة الأعداد وترتيبها. فنقول تحوي المجموعة الأولى العناصر أكثر مما تحويه المجموعة الأولى العناصر أكثر مما تحويه الثانية، بينما نقول أن العدد (8) أكبر من العدد (2) بمعنى أن (8 < 2)، أو العدد (1) أصغر من العدد (5) بمعنى أن (5>1) مثلاً.

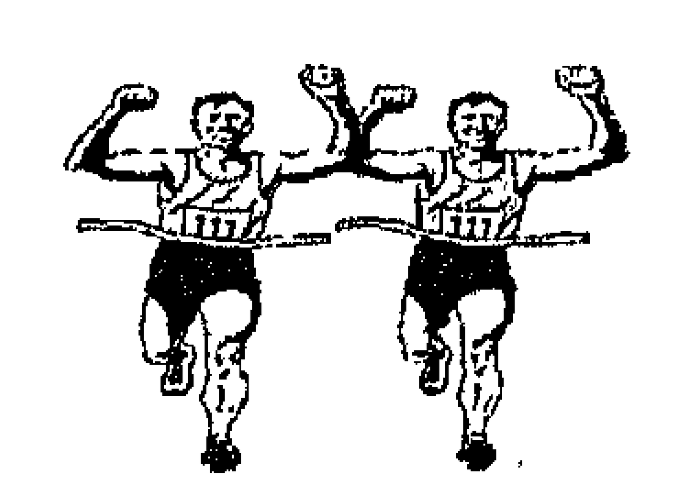
المجموعات والمفاهيم الأعداد:

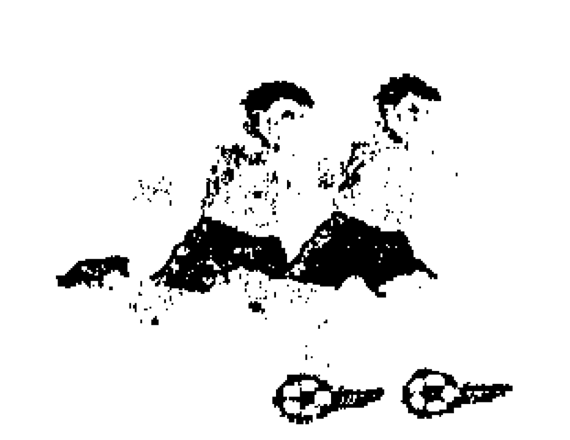
يعتبر العدد مفهوماً أساسياً لابد أن يتضمنه منهاج الرياضيات من المرحلة الأساسية الدنيا كخطوة أساسية أولية.

ويقصد بالعدد هو فكرة مجردة في مخيلة الإنسان يتوصل إليها الأطفال عن طريق المزاوجة بين المجموعات لها العدد نفسه من العناصر، حيث يتطور مفهوم العدد ند الأطفال مع تطور مفهوم المجموعة.

مثال: لاحظ الشكل التالي:







الجموعة الأولى   الجموعة الثانية   الجموعة الثالثة

كل الجموعات السابقة لها العدد نفسه من العناصر التي تربطها الصورة المجردة للعدد اثنين والذي يرمز له بالرمز (2)، والذي يتم التوصل إليه بالمزاوجة بين الجموعات المتساوية السابقة. وغالباً ما يتم التوصل إلى مفهوم الأعداد من (1) إلى (4) عن طريق المزاوجة بين الجموعات المتساوية.

ولتدريس مفاهيم الأعداد على المعلم أن يتدرج في طريقة تدريسه لمفاهيم الأعداد من خلال المرور بالمرحلة التالية:

1- **المرحلة الحسية:** وتتمثل في عرض الأمثلة على الأعداد، بحيث تتضمن أشياء يمكن التعامل معها والتقاطها ولمسها من خلال استخدام الأيدي.

2- **المرحلة شبه حسية:** وتتمثل في عرض الأمثلة على الأعداد، بحيث تتضمن أشياء مصورة أو مرسومة.

3- **المرحلة المجردة:** وتتمثل في عرض الأمثلة على الأعداد بحيث تتضمن كتابة اسم العدد أو رمزه.

ويلاحظ أن نسبة قليلة من الأطفال تستطيع أن تكون لنفسها صورة للطابع التجريدي حتى لأبسط المفاهيم الرياضية، وهذا يؤكد على ضرورة استخدام الأشياء الحسية وشبه الحسية للوصول إلى الصورة المجردة للمفهوم.

ونقدم فيما يلي مقترحات لتدريس مفاهيم الأعداد:

مفهوم العدد (1):

يستحسن أن يمر تدريس مفهوم العدد (1) في ثلاث مراحل:

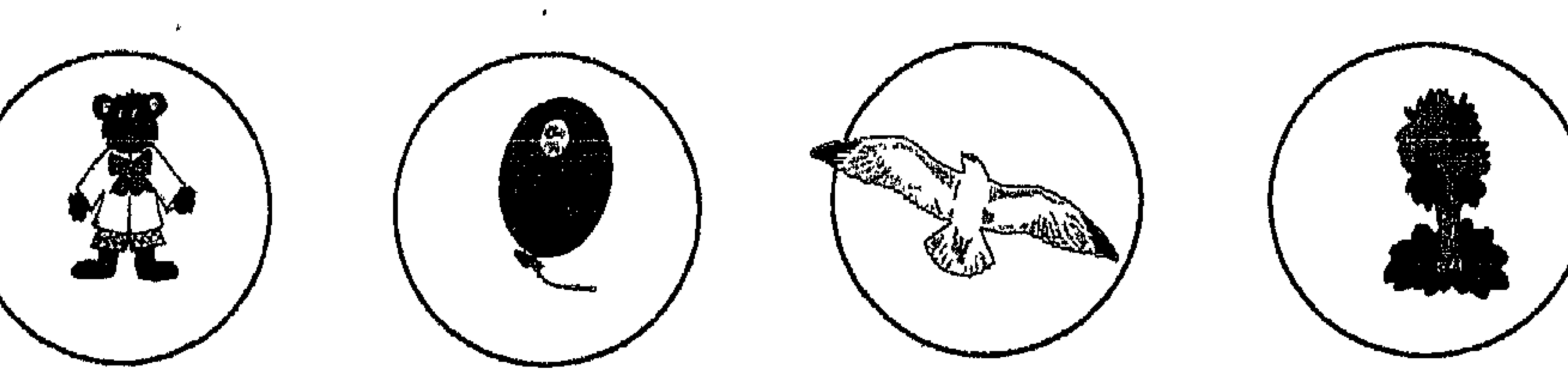
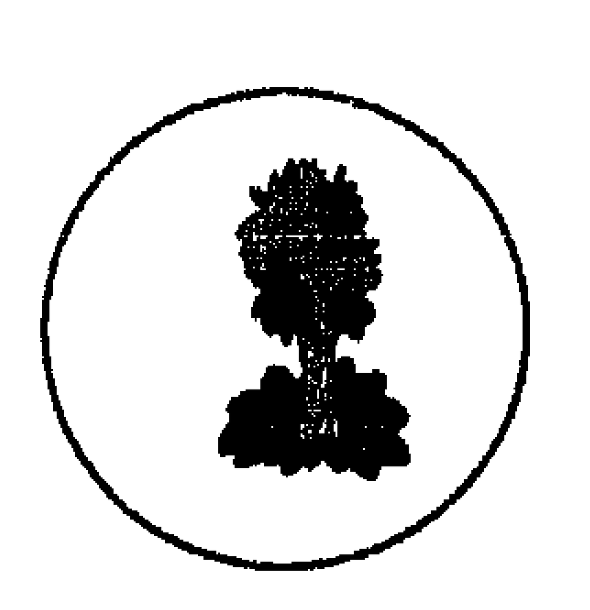
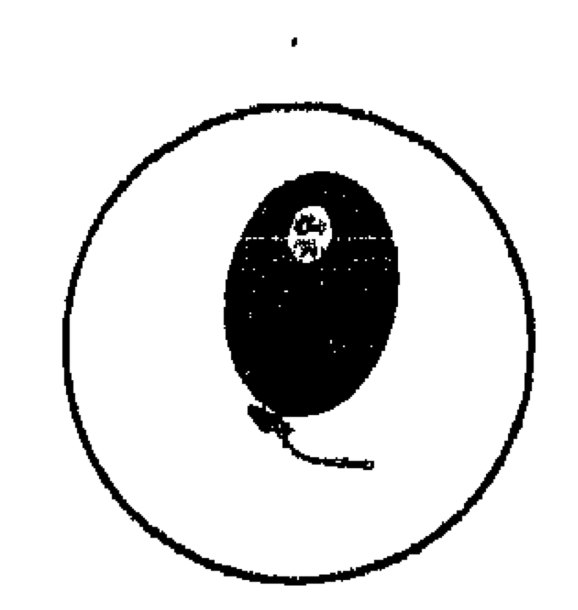
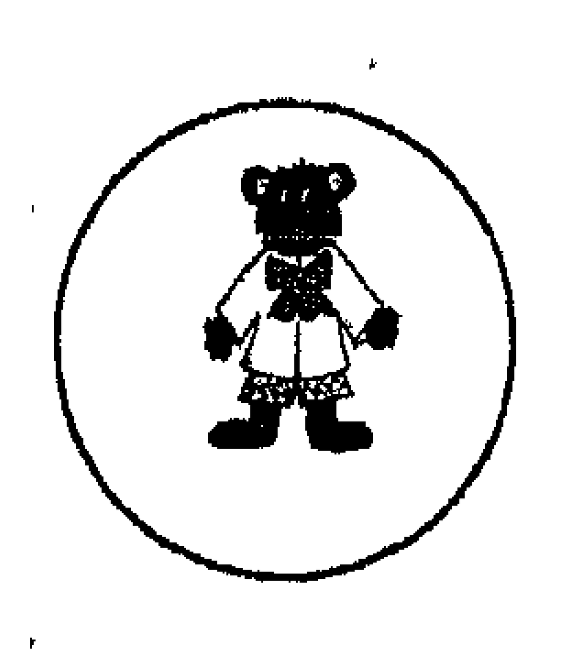
1- يقدم المعلم العدد (1) عن طريق الأشياء التي يراها الطفل في بيئته منفردة، أي أنها مجموعات أحادية لعدد مثل: الأب، الأم، القمر، الشمس، الفهم، ثم يتبع ذلك بأنشطة في داخل حجرة الصف بسؤاله:

-كم عدد أبواب الغرفة (إن كان لها باب واحد)؟

-كم سبورة في الصف (إن كان فيه سبورة واحدة)؟

-كم معلم في الصف؟ وهكذا.

2- يعرض المعلم نماذج لمجموعات جزئية أحادية، وهي التي تحوي عنصراً واحداً، كما في الشكل التالي:

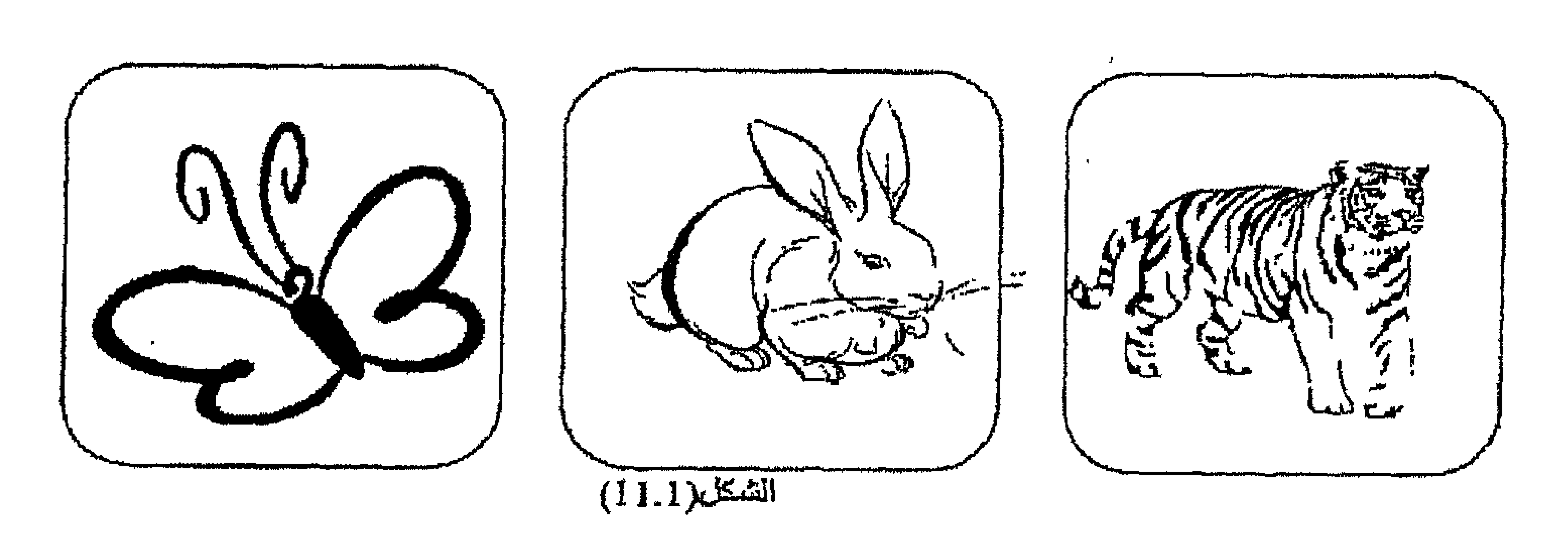
3-يتعلم الأطفال رمز العدد (1) وطريقة رسمه، ثم يتدربون على كتابته.

مفهوم العدد (2):

يستحسن أن يمر تدريس مفهوم العدد (2) في ثلاث مراحل:

1-يقدم المعلم مفهوم العدد (2) عن طريق الأشياء التي يراها الطفل فلي بيئته على شكل أزواج، أي مجموعات ثنائية العدد مثل: القدمين، اليدين، العينين، ...، ثم يتبع ذلك بأنشطة من داخل حجرة الصف تركز على عنصرين اثنين.

2-يعرض المعلم نماذج لمجموعات ثنائية، هي التي تحوي عنصرين اثنين، كما في الشكل التالي:

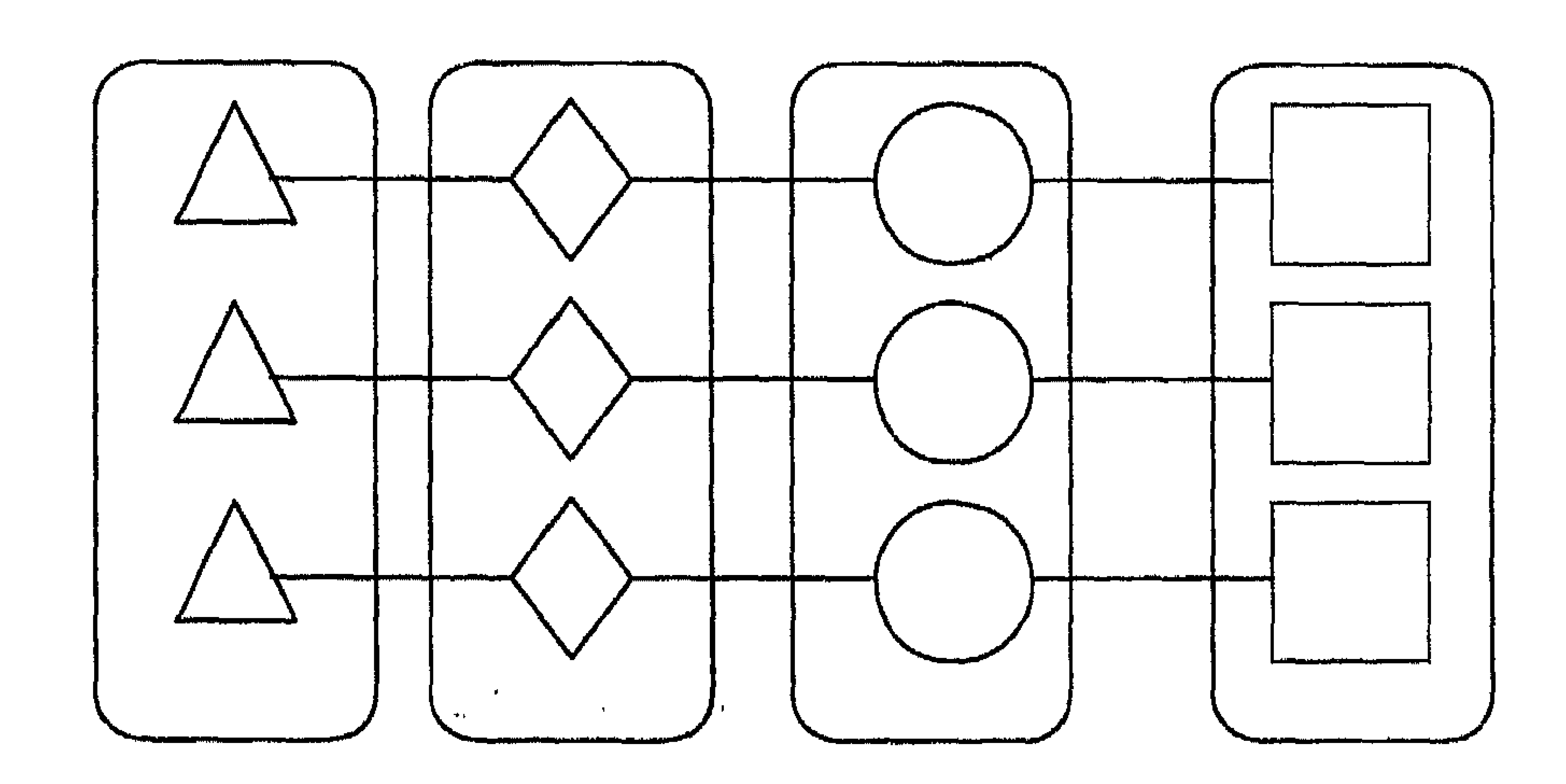


الشكل(11.1)

3-يتعلم الأطفال رمز العدد (2) وطريقة رسمه، ثم يتدربون على كتابته.

مفاهيم الأعداد (3 ، 4)

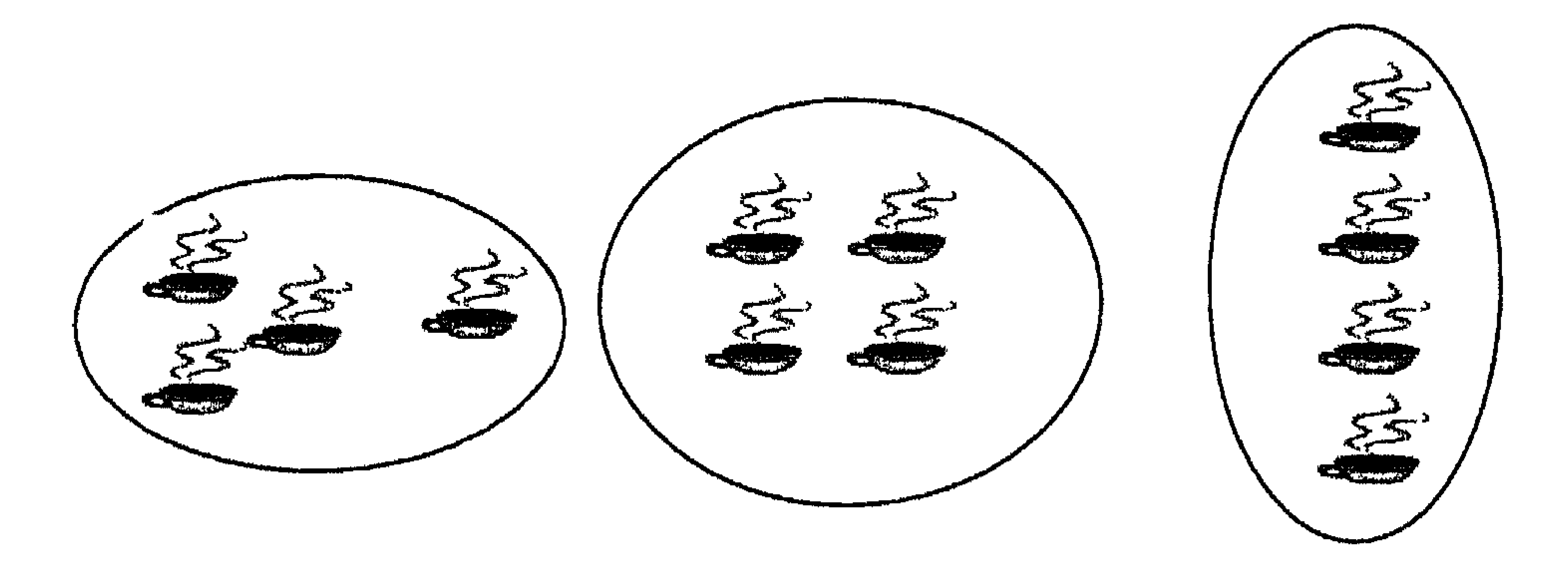
يتم هنا تقديم مفهوم العدد (3) عن طريق عرض مجموعة ثلاثية (تحتوي على ثلاثة عناصر) واستخدام فكرة المزاوجة والعرض المنظم لهذه المجموعات كما في الشكل التالي:



وكذلك يقدم مفهوم العدد (4) بالطريقة ذاتها.

وعلى كل حال ينبغي الإشارة هنا إلى أنه يفضل في بداية تقديم مفهوم العدد أن تكون العناصر في المجموعة منتظمة ومرتبة وليست عشوائية.

وبين الشكل التالي عرضاً منظماً وعرضاً عشوائياً لعناصر مجموعة رباعية.



ويمكن عرض المجموعة بطريقة عشوائية في مرحلة متأخرة للتحقق من مدى اكتساب الطفل لمفهوم العدد.

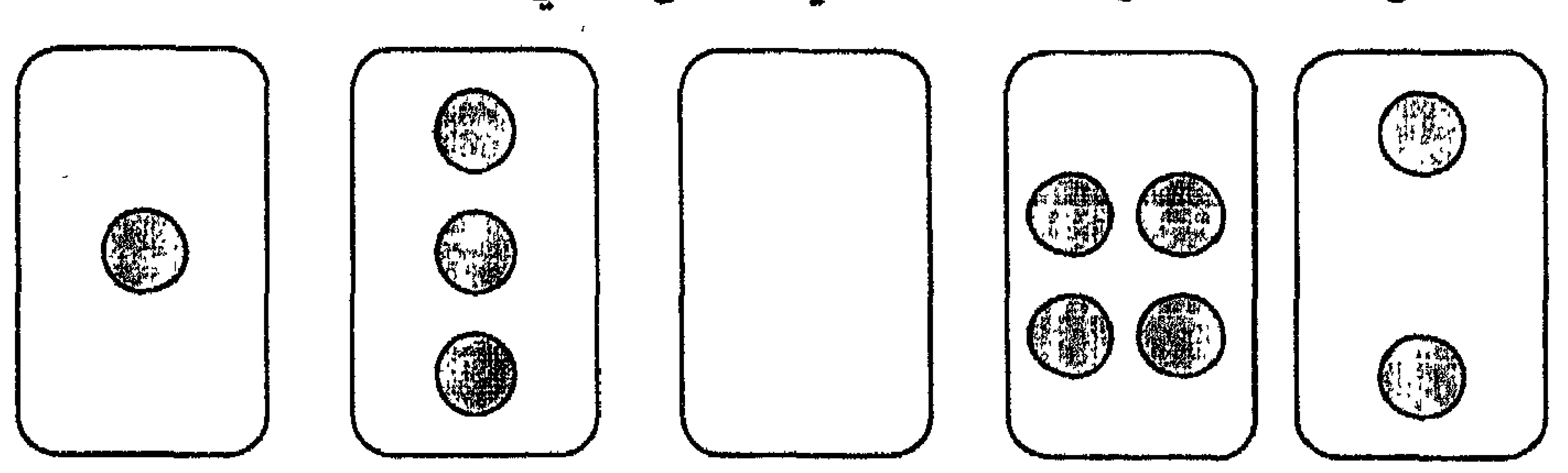
مفاهيم الأعداد (5-9)

يتم تعليم الأطفال هذه الأعداد عن طريق زيادة عنصر واحد إلى آخر عدد سابق تعلمه الطفل، فالطالب الذي تعلم واكتسب مفهوم العدد (4) يمكن تقديم مفهوم العدد (5) له من خلال زيادة عنصر واحد إلى مجموعة رباعية ويقوم العدد (6) عن طريق زيادة عنصر واحد إلى مجموعة خماسية، وهكذا حتى تصل للعدد (9).

مفهم العدد (صفر):

في البداية لابد أن نشير إلى مفهوم العدد (صفر) يمثل تجريداً كبيراً بالنسبة للطفل، لذا يجب أن يتم تقديمه للأطفال بعد أن يدركوا مفاهيم الأعداد الأخرى.

ويقدم مفهوم العدد (صفر) من خلال عرضه على التلاميذ مجموعات غير متكافئة ومن ضمنها المجموعة الخالية كما في الشكل التالي:



ثم يطلب منهم كتابة العدد الدال على المجموعة، وعندئذ يجد التلميذ نفسه في حيرة من أمره في اختيار العدد الملائم للمجموعة الخالية، وبالتالي لابد من خلال المناقشة مع التلاميذ مع توجيههم إلى أن هذه المجموعة خالية ويمكن التعبير عن عدد عناصرها بالصفر، ويرمز لها بالرمز (0).

ومن خلال ما سبق تم توضيح كيفية تدريس الأعداد من (صفر – 9) ومن ثم تأتي عملية العد، حيث يتم تعليم التلاميذ مفهوم العدد من خلال ربط أحد عناصر المجموعة بالعدد (1) ثم ربط عنصر آخر بالعدد (2) .. وهكذا.

وهناك نوع أكثر من العدد هو العدد الترتيبي، وهو الذي يهتم بترتيب العناصر في المجموعة، والأسماء التي تطلق على هذه العناصر هي الأول، الثاني، الثالث، وهكذا.. وقد يستخدم المعلم في تدريس هذا المفهوم نشاطات مختلفة بأن يرتب مجموعة من التلاميذ حسب أطوالهم، أو ترتيب المقاعد في الصف.

العدد (10) فما فوق:

نبدأ بتعريف الأطفال أن الأعداد الأساسية هي الأعداد من (0 إلى 9)، ثم نعرفهم بأن هناك أعداداً أكبر ليس لها رموز جديدة أو أنها تختلف عن الرموز الخاصة بالأعداد الأساسية، ولكننا سنستخدم الرموز الأساسية لكتابة أي عدد، وذلك من خلال فكرة القيمة المنزلية للرقم.

ويمكن البدء بتقديم مفهوم العدد (10) من خلال العملة النقدية، واستخدام قطعة النقود الفضية التي تشير إلى ما قيمته (10) شيكل، ثم تقديم مفهوم القيمة المنزلية للرقم في العدد من خلال قطع مختلفة من النقود، ويتم التدريب على مفهوم الأعداد المكونة من رقمين.

ويتم تدريب الأطفال على كتابة العدد بالصورتين التحليلية والتركيبية كما في المثال التالي:

الصورة التحليلية: 35 = 5 (آحاد) + 3 (عشرات) = 5 + 30 = 35

الصورة التركيبية: 5 + 30 = 5 (آحاد) + 3 (عشرات) = 35

ومن ثم بنفس الخطوات السابقة التي تم إتباعها عند تقديم الأعداد المكونة من منزلتين يتم تقديم إلى الأعداد المكونة من 3 منازل وهكذا.

تدريس الجمع:

تعتبر عملية الجمع هي العملية الأولى التي يواجهها الطفل في تعلم الحساب، ويقدم مفهوم الجمع للأطفال عن طريق ضم المجموعات المنفصلة، أي تكوين مجموعة جديدة تحتوي على عناصر جميع المجموعات.

ويتم تدريس مفهوم الجمع للأطفال من خلال تقديم أمثلة حسية وشبه حسية ومجردة تتطلب دمج المجموعتين تحتوي كل منها على عناصر من نفس النوع.

وفيما يلي نقدم خطوات مقترحة لتدريس مفهوم الجمع:

1- يبدأ المعلم تقديم مفهوم الجمع من خلال أمثلة شفهية.

مثال(1): يمسك المعلم بيده اليمنى (4) دفاتر وبيده اليسرى (3) دفاتر، ويسأل الطلبة:

- كم عدد الدفاتر في يدي اليمنى؟ الإجابة: (4) دفاتر.
- كم عدد الدفاتر في اليد اليسرى؟ الإجابة: (3) دفاتر.

يضم المعلم الدفاتر معاً في يد واحدة ويعدها أمامهم، ويسأل:

- كم عدد الدفاتر الكلي؟ الإجابة: (7) دفاتر.

مثال(2): يعرض المعلم الشكل التالي:





المجموعة الأولى **المجموعة الثانية**

ويسأل الطلبة:

- كم عدد عناصر المجموعة الأولى؟ الإجابة: (2)
- كما عدد عناصر المجموعة الثانية؟ الإجابة: (1)
- إذا تم ضم المجموعتين وأصبحتا المجموعة واحدة، كما عدد العناصر في المجموعة الجديدة ؟ الإجابة: (3).

مثال (3): معك (5) دنانير، أعطاك أبوك ديناراً واحداً، كما ديناراً أصبح معك؟

- كما ديناراً معك؟ الإجابة: (5) دنانير.
- كما ديناراً أعطاك أبوك؟ الإجابة: (1) دينار.
- كما ديناراً أصبح معك؟ الإجابة: (6) دنانير.

2- ينتقل المعلم في المرحلة التالية إلى ربط كل مجموعة بعدد عناصرها وكتابة الأعداد.

مثال (4) :

(5 أقلام في اليد اليمنى) و(3 أقلام في اليد اليسرى) وهذا يعني:

5 و 3 . فيكون عدد الأقلام الكلي يساوي 8

مثال (5):

(تفاحتان في المجموعة الأولى) و(تفاحة واحدة في المجموعة الثانية)، وهذا يعني:

2 و 1 فيكون عدد التفاحات الكلي يساوي 3

مثال (6):

(معنى 3 دنانير) و(دينار من والدي) وهذا يعني:

3 و 1 فيصبح معي 4 دنانير.

3- يقدم المعلم للطلبة إشارة الجمع (+) كبديل للحرف (و)

مثال (7):

5 و 3 يساوي 7 تكتب على الصورة:

5 + 3 = 7

مثال (8):

2 و 1 يساوي 3 تكتب على الصورة:

2 + 1 = 3

مثال (9):

3 و 1 يساوي 4 تكتب على الصورة:

3 + 1 = 4

ويتطلب تدريس الجمع أن يتم تعريف الأطفال بخواص عملية الجمع

خواص عملية الجمع:

طالما عرفنا عملية الجمع علي أساس ضم المجموعات ،فبإمكاننا تحديد خواص عملية الجمع من خلال ضم المجموعات أو اتحاد المجموعات ،أما عن خواص عميلة الجمع علي الأعداد الطبيعية ط= {1,2,3......}، فهي كما يلي:

1- عملية الجمع مغلقة: بمعني أنه عند جمع أي عـددين طبيعـيين يكـون النـاتج عدداً طبيعيا كذلك.

2- عملية الجمع تبديليه: وهذا يعنى أنه إذا كان أ، ب عددين طبيعيين فانه:

أ + ب = ب + أ

مثال: 5 + 3 = 3 + 5

3- عملية الجمع تجميعية: وهذا يعنى أنه لو كان لـدينا أ،ب،ج ،أعـدادا طبيعيـة فإن:

(أ + ب) + ج = أ + (ب + ج)

مثال: (5 + 3) + 2 = 5 + (3 + 2)

4- العنصر المحايد لعملية الجمع والنظير الجمعي للعدد:

لا بد أنك تلاحظ أن جمع العدد صفر إلى عدد لا يؤثر فيه، ويبقى العدد كمـا هو فمثلاً:

5 + صفر = صفر + 5 = 5

أ + صفر = صفر + أ = أ ، حيث أن (أ) أي عدد طبيعي.

إن العدد صفر يسمى العنصر المحايد لعملية الجمع.

ولا بد أنك لاحظت أن جمع أي عدد مع معكوسة يساوي (صفر) فمثلاً:

2+ -2 = صفر = -2 +2

أ + -أ = صفر = -أ + أ

إن العدد (– أ) هو نظير الجمعي للعدد (أ).

تدريس حقائق الجمع:

يتم تدريس حقائق الجمع على مرحلتين:

المرحلة الأولى: وتمثل حقائق الجمع ضمن العدد 9.

المرحلة الثانية: وتمثل حقائق الجمع ضمن العدد 18

ويمكن القول أنه لا يمكن الفصل بين تدريس مفهوم الجمع وحقائق الجمع، فالطفل يتعلم تلك الحقائق من خلال تعلم المفهوم.

ويجب أن يتم تعليم الطلبة حقائق الجمع من خلال فهم المعنى الحقيقي لعملية الجمع، وليس من خلال حفظ تلك الحقائق وترديدها غيباً. فالطفل يجب أن يدرك أن العدد (5) مثلاً يمكن كتابته على أكثر من صورة تمثل كل منها ناتج جمع عددين، مثل: (5 + 0 ، 4 + 1 ، 3 + 2). كما يجب أن يدرك الطفل أن العدد (14) يمكن كتابته على أحد الأشكال التالية: (9+ 5 ، 8 + 6، 7 + 7).

تدريس خوارزمية الجمع:

بعد أن يتعرف الأطفال إلى مفهوم الجمع، ويحفظوا حقائق الجمع، ويفهموا القيمة المنزلية لكل رفع في العدد، يمكن أن يتعلموا خوارزمية الجمع.

ويتم تقديم خوارزمية الجمع للأطفال على مراحل:

1-حسب حقائق الجمع.

حيث يتم تدريس الأطفال خوارزمية جمع الأعداد في حالتين هما:

أ-الجمع دون حمل: ويتطلب استخدام حقائق الجمع ضمن العدد 9

مثال: 32 + 41 =

ب-الجمع بالحمل: ويتطلب استخدام حقائق الجمع ضمن العدد 18

مثال: 58 + 24 =

2–حسب عدد المنازل التي يتكون منها العدد:

حيث يتم تدريس الأطفال خوارزمية جمع الأعداد من خلال البدء بأعداد تتكون من منزلتين (ضمن 99)، ثم الانتقال إلى جمع أعداد تتكون من ثلاث منازل (ضمن 999). ثم جمع أعداد تتكون من أربع منازل (ضمن 9999)،.... وهكذا حتى يتم تعميم خوارزمية جمع الأعداد على أي عددين مهما كان عدد المنازل المكونة لكل منهما.

3– استخدام الخوارزمية القياسية:

في هذه الخوارزمية يتم ترتيب أرقام الأعداد وفق القيمة المنزلية، فيتم وضع أرقام الآحاد تحت بعضها وأرقام العشرات كذلك وهكذا، ثم يتم جمع الأرقام في كل منزلة.

4– استخدام الخوارزمية التحليلية:

في هذه الخوارزمية يتم تحليل الأعداد إلى القيم العددية المنزلية لأرقامها، ثم نجمع تلك الأرقام وفقاً لقيمتها وموقعها كما في الشكل التالي:

600	+	30	+	7			6	3	7	
200	+	50	+	4	+	⇦	2	5	4	+
800	+	80	+	11	=		8	9	1	
				891						

تدرس الطرح:

يمكن تقديم مفهوم الطرح للأطفال بعد إتقان مفهوم الجمع. ويفضل أن يكون بعده مباشرة.

وإذا كان الجمع هو عملية ضم مجموعات منفصلة، فإن الطرح هو عكس الجمع، أي أن الطرح هو عملية حذف مجموعة جزئية من مجموعة كلية.

ويتم تدريس مفهوم الطرح للأطفال بنفس الخطوات التي تم إتباعها في تدريس الجمع، وذلك من خلال تقديم أمثلة حسية وشبه حسية ومجردة تتطلب حذف مجموعة جزئية من مجموعة كلية.

ويمكن إتباع الخطوات التالية في تدرس الطرح:

1- يبدأ المعلم تقديم مفهوم الطرح من خلال أمثلة شفهية.

مثال (1):

يمسك المعلم بيده (5) دفاتر ويعدها أمام الأطفال، ويعطي أحدهم دفتراً ويسأل الطلبة:

- كم دفتراً كان معي؟ الإجابة: (5) دفاتر.
- كم دفتراً أعطيت زميلكم؟ الإجابة قلم واحد.
- كم دفتراً بقى معي؟ الإجابة: (4) دفاتر.

2- ينتقل المعلم في المرحلة التالية إلى ربط كل مجموعة بعدد عناصرها وكتابة الأعداد.

مثال (2):

(معي 5 أقلام) أعطيت زميلكم (قلماً واحداً).وهذا يعني:

5 أحذف 1 فيكون عدد الأقلام الباقية يساوي 4

3- يقدم المعلم للطلبة إشارة الطرح (-) كبديل للكلمة (احذف):

مثال (3):

5 أحذف 1 يساوي 4 تكتب على الصورة.

5 - 1 = 4

تدريس حقائق الطرح:

يتم تدريس حقائق الطرح من خلال مفهوم الطرح، وفهم المعنى الحقيقي لعملية الطرح، فالطفل يجب أن يدرك أن العدد 5 مثلاً يمكن كتابته على أكثر من صورة تمثل كل منها ناتج طرح عددين، مثل:

14 - 9 ، 13 - 8 ، 12 - 7 ، 11 - 6 ، 10 - 5 ، 9 - 4 ، 8 - 3 ، 7 - 2 ، 6 - 1 ، 5 - 0

ويتطلب تدريس الجمع أن يتم تعريف الأطفال بخواص عملية الجمع

خواص عملية الطرح علي الأعداد الطبيعية:

1. إن عملية الطرح تمثل عملية عكسية لعملية الجمع ، وهذا يعني إذا كانت أ ، ب ، ج أعداداً طبيعية، وكان ج = أ + ب ، فإن ج _ أ = ب.
2. لأي عدد طبيعي أ ، أ _ أ = صفر.
3. عملية الطرح علي الأعداد الطبيعية ليست مغلقة.
4. ليست ابدالية: فمثلاً : 5 _ 2 = 3 الناتج عدد طبيعي ، لكن 2 _ 5 الناتج عدد غير طبيعي
4.ليست تجميعية : وذلك لأن : (8-4)-3 لا تساوي 8-(4-3)

تدريس خوارزمية الطرح:

بعد أن يتعرف الأطفال إلى مفهوم الطرح ويحفظوا حقائق الطرح ويفهموا القيمة المنزلية لكل رقم في العدد، يمكن أن يتعلموا خوارزمية الطرح.

ويتم تقديم خوارزمية الطرح للأطفال على مراحل:

1-حسب حقائق الطرح:

حيث يتم تدريس الأطفال خوارزمية طرح الأعداد في حالتين هما:

أ- الطرح دون استلاف: ويتطلب استخدام حقائق الطرح ضمن العدد 9.

مثال: 63 - 42 =

ب- الطرح بالاستلاف: ويتطلب استخدام حقائق الطرح ضمن العدد 18

مثال: 72 - 15 =

2- حسب عدد المنازل التي يتكون منها العدد:

حيث يتم تدريس الأطفال خوارزمية طرح الأعداد من خلال البدء بأعداد تتكون من منزلتين (ضمن 99)، ثم الانتقال إلى طرح أعداد تتكون من ثلاث منازل (ضمن 999)، ثم طرح أعداد تتكون من أربع منازل (ضمن 9999)، .... وهكذا حتى يتم تعميم خوارزمية طرح الأعداد على أي عددين طبيعيين بحيث يتكون العدد الأول أكبر من أو يساوي العدد الثاني مهما كان عدد المنازل المكونة لكل منهما.

3- استخدام الخوارزمية القياسية:

في هذه الخوارزمية يتم ترتيب أرقام الأعداد وفق القيمة المنزلية، فيتم وضع أرقام الآحاد تحت بعضها وأرقام العشرات كذلك وهكذا، ثم يتم طرح الأرقام في كل منزلة.

4- استخدام الخوارزمية التحليلية:

في هذه الخوارزمية يتم تحليل الأعداد إلى القيم العددية المنزلية لأرقامها، ثم طرح تلك الأرقام وفقاً لقيمتها وموقعها كما في الشكل التالي:

600 - 50 - 7			6 5 7
200 - 30 - 4	-	⇦	2 3 4 -
400 - 20 - 3	=		4 2 3
423			

تدريس الضرب: يتم تقديم مفهوم الضرب للطلبة بعد إتقان مفهوم الجمع. حيث يمكن تقديم مفهوم الضرب على أنه جمع متكرر لمجموعات متكافئة (أي متساوية في عدد عناصرها).

ولتوضيح مفهوم الضرب يمكن إتباع الخطوات التالية (أبو زينة وعبابنة، 1997)

1- يبدأ المعلم تقديم مفهوم الضرب من خلال أمثلة حسية وأمثلة شبه حسية:

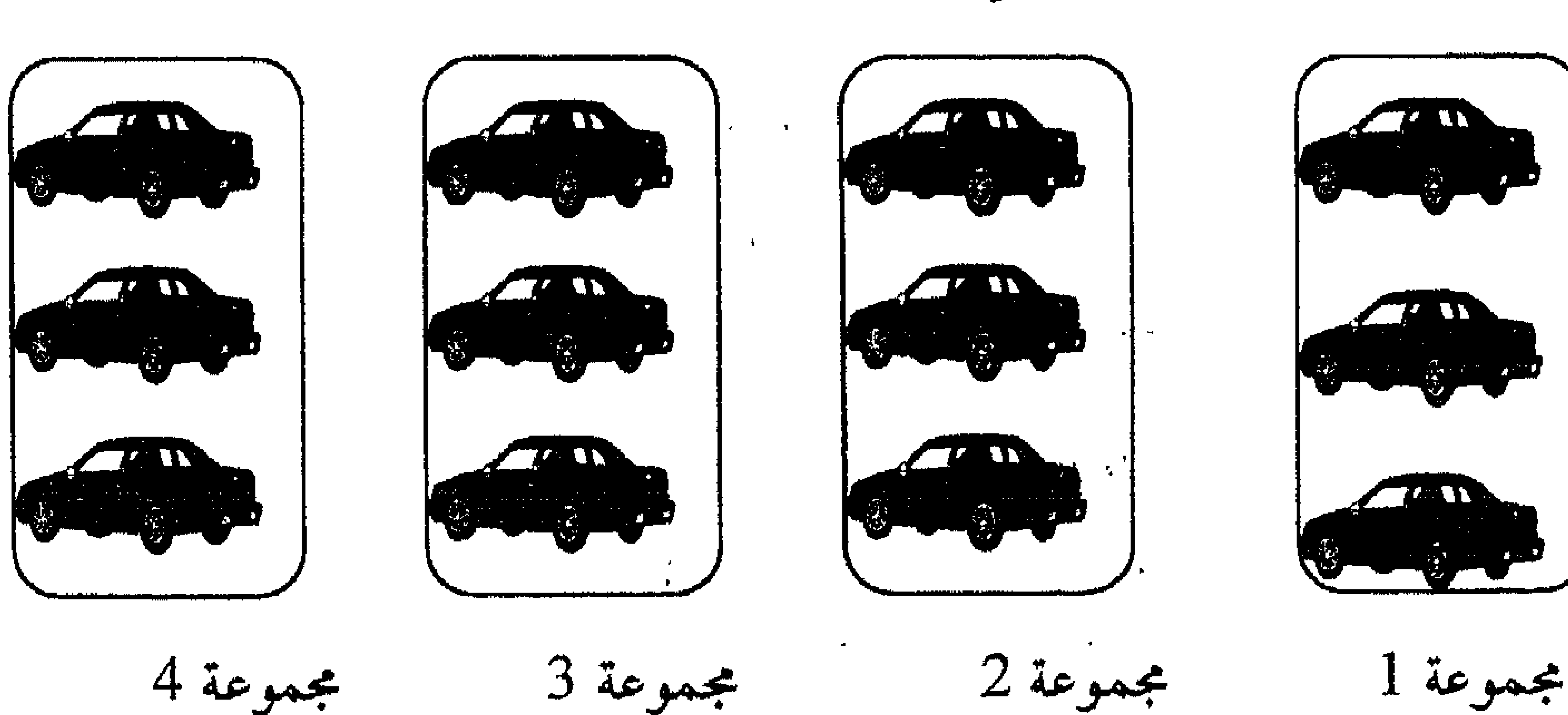
مثال:

- كم يداً لك؟ الإجابة: اثنتان (2)
- كم عدد أصابع اليد الوحدة؟ الإجابة: خمسة (5)

وهذا يعني أن تلك يدان في كل يد (5) أصابع، وإذا أعطينا كل يد اسم مجموعة وكل أصبع اسم عنصر في المجموعة، فإنه يصبح لديك مجموعتان كل منهما تتكون من (5) عناصر، ويمكن أن تقول ما يلي: لدينا مجموعتان خماسيتان.

مثال:

انظر إلى الشكل التالي:



مجموعة 1   مجموعة 2   مجموعة 3   مجموعة 4

- كم عدد المجموعات؟   الإجابة: (4) مجموعات.
- كم سيارة في كل مجموعة؟   الإجابة: (3) سيارات.

ويمكن القول أن الشكل يمثل أربع مجموعات ثلاثية.

2- ينتقل المعلم في المرحلة التالية إلى تحديد عدد عناصر المجموعة الناتجة عن اتحاد المجموعات المتكافئة.

مثال:

عدد المجموعات التي تكون عدد أصابع اليد هو مجموعتان خماسيتان.

عدد العناصر الناتجة عن اتحاد المجموعتين خماسيتين هو (10) عناصر.

مثال:

عدد المجموعات التي تحتوي على الكؤوس هي أربع مجموعات ثلاثية.

عدد العناصر الناتجة عن اتحاد أربع مجموعات ثلاثية هو (12) عنصر.

3- ينتقل المعلم في المرحلة التالية إلى ربط عملية الجمع بمفهوم الضرب:

مثال:

مجموعتان خماسيتان تعطيان (10) عناصر. وهذا يعني.

5 + 5 هي خمستان، والناتج يساوي (10)، وتكتب على الصورة.

$$10 = 5 \times 2$$

حيث: (2) يعني عدد المجموعات. (5) تعني عدد العناصر في المجموعة الواحدة.

مثال: أربع مجموعات ثلاثة تعطي (12) عنصر. وهذا تعني أن:

3 + 3 + 3 +3 هي أربع ثلاثات، والناتج 12 عنصراً. وتكتب على الصورة:

$$.12 = 3 \times 4$$

حيث: 4 تعني عدد المجموعات. 3 تعني عدد العناصر في المجموعة الواحدة.

تدريس حقائق الضرب:

يتعلم الطالب حقائق الضرب من خلال مفهوم الضرب، ويتم تعليم الطلبة حقائق الضرب على مرحلتين:

1- حقائق الضرب حتى 5 × 5

2- حقائق الضرب حتى 10 × 10

ويطلب من الطلاب حفظ حقائق الضرب لاستخدامها بشكل سهل ومباشر في خوارزمية الضرب.

تدريس خوارزمية الضرب:

يتم تقديم خوارزمية الضرب على مراحل:

1-حسب حقائق الضرب:

أ- الضرب البسيط دون حمل: حيث يكون ناتج الضرب يتكون من منزلة واحدة في كل خطوة من خطوات خوارزمية الضرب.

مثال:

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times \quad 3 \\ \hline 39 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 43 \\ \times \quad 2 \\ \hline 86 \end{array}$$

ب- الضرب بالحمل: حيث يكون ناتج الضرب يتكون من منزلتين في واحدة أو أكثر من خطوات خوارزمية الضرب؛ مما يؤدي إلى حمل الرقم الذي يمثل منزلة العشرات إلى المنزلة المجاورة.

مثال:

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times \quad 4 \\ \hline 92 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 38 \\ \times \quad 2 \\ \hline 76 \end{array}$$

2-حسب عدد المنازل التي يتكون منها العدد:

يقتصر تدريس خوارزمية الضرب لطلبة المرحلة الأساسية الدنيا على ضرب عدد من ثلاث منازل على الأكثر من عدد من منزلة واحدة، لذا فإنه عند إتقان الطلبة لحقائق الضرب يتم الانتقال إلى خوارزمية ضرب عدد من منزلتين في عدد من منزلة واحدة كما في الأمثلة السابقة، ثم يتم الانتقال إلى خوارزمية ضرب عدد من (3) منازل في عدد من منزلة واحدة مثل:

$$\begin{array}{rrrr} & 1 & 4 & 3 \\ \times & & & 4 \\ \hline & 5 & 7 & 2 \end{array}$$

وهناك خوارزميات أخرى يمكن إجراء عملية الضرب باستخدامها ومنها:

الخوارزمية القياسية:

هي الطريقة المطولة في الضرب والمعروفة الدينا، وسنلقي الضوء على تفسير خطواتها.

مثال: جد ناتج: 38×24

الحل: نرتب أرقام العددين كما هي موضحة أدناه:

$$\begin{array}{rrrr} & & 3 & 8 \\ \times & & 2 & 4 \\ \hline & 1 & 5 & 2 \\ & 7 & 6 & \\ \hline & 9 & 1 & 2 \end{array}$$

ولكن ما تفسير هذه الخطوات؟ ولماذا في الخطوة الثانية من الضرب بدأنا بوضع الناتج في المنزلة الثانية؟

أنظر إلى المثال نفسه، وحاول أن تناقش تفسير الخطوات الموجودة جانباً.

	3		8
تفسير الخطوات	2		4
8×4	3		2
30×4	1	2	0
8×20	1	6	0
30×20	6	0	0
	9	1	2

خوارزمية الأضعاف والأنصاف:

هي طريقة سهلة لإيجاد ناتج ضرب عددين، وفيها يتم مضاعفة عدد وبالمقابل تنصيف العدد المرافق حتى يبقى في عمود الأنصاف العدد واحد، ثم نجمع من عمود الأضعاف القيم التي يقابلها عدد فردي في عمود الأنصاف، والمثال التالي يوضح ذلك:

مثال (1): جد ناتج 37×19

الحل:

نجمع من عمود الأضعاف القيم	✓	37	19
التي يقابلها عدد فردي في	✓	74	9
عمود الأنصاف، وقد أشير إليها	×	148	4

2   296 ×   بالعلامة ✓ أعلاه.

1   592 ✓

اذن $19 \times 37 = 592 + 74 + 37 = 703$

مثال (2) جد ناتج:

56 × 84 ×

28	168
14	336
7	672
3	1344
1	2688

×

56×84

×

✓

$56 \times 84 = 2688 + 1344 + 672$

✓

$= 4704$

✓

شبكة بهاء الدين الأمدي في عملية الضرب:

في هذه الخوارزمية يتم توزيع أرقام العددين، أحدهما أفقياً والآخر عمودياً على طرفي شبكة المربعات، ثم نجري عملية الضرب وذلك بضرب رقم المنزلة الكبرى من الرقم الأول (الأولى من اليسار) في رقم آحاد العدد الثاني، ثم عشراته ثم مئاته حتى ينتهي.

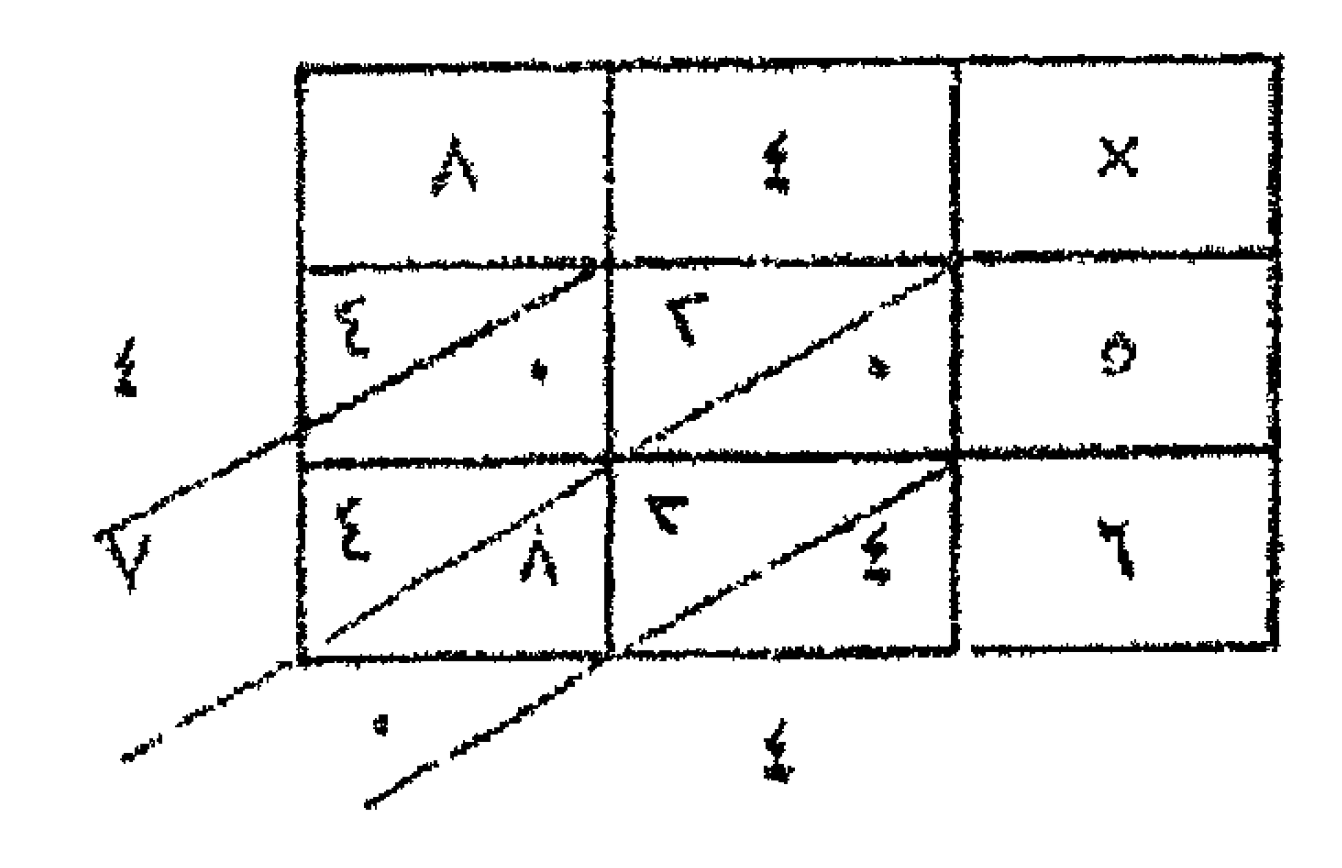
نكرر ذلك مع رقم المنزلة الثانية من اليسار وبعد ذلك يتم الجمع قطرياً والمثال التالي يوضح الخطوات.

×	آحاد	عشرات	مئات	000	
مئات					*
عشرات					*
آحاد					*
	*	*	*	*	

مثال (1) جد ناتج 56 × 84

الحل: كما هو على الشبكة التالية:

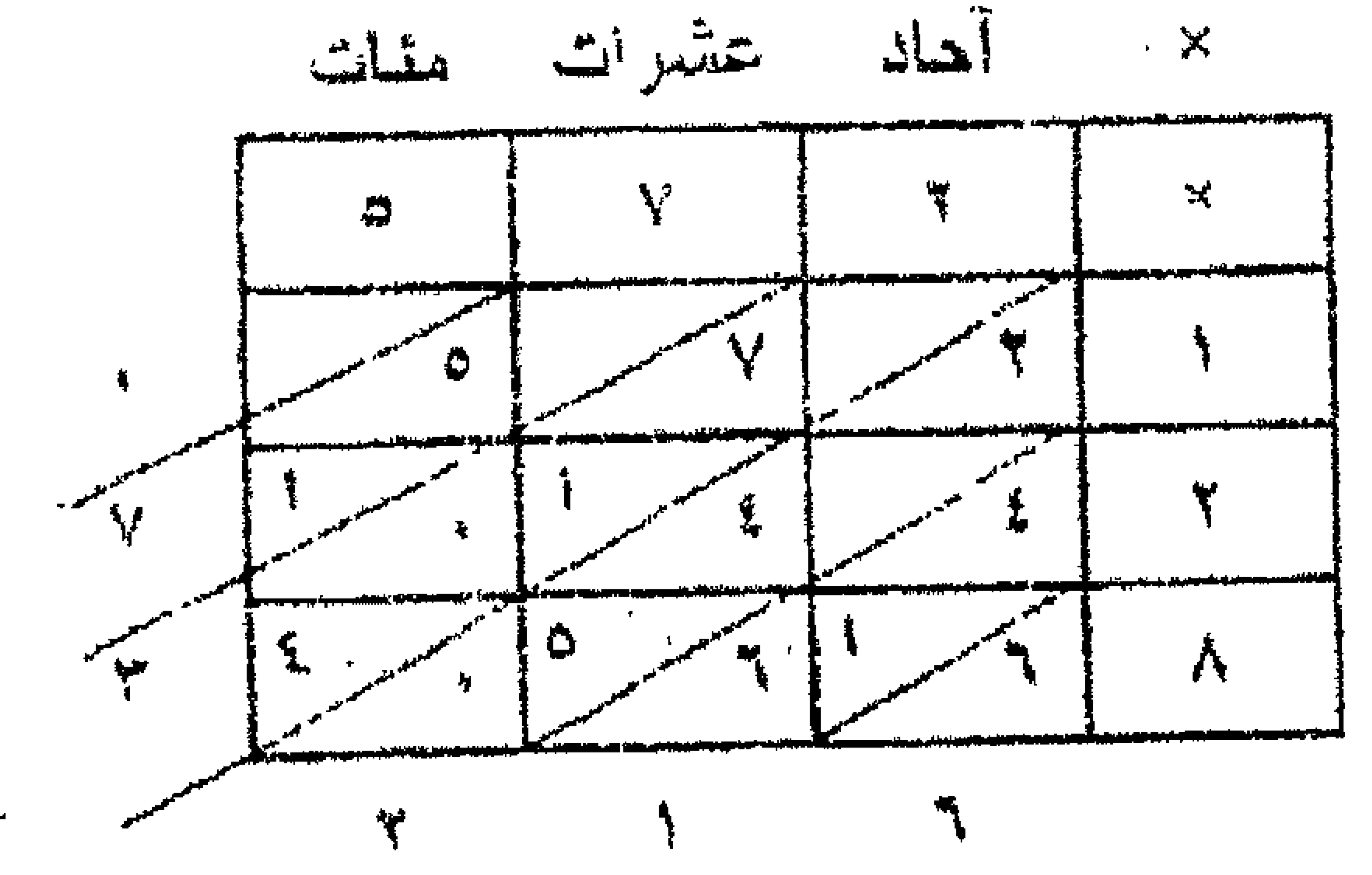
4704 = 84 × 56



مثال (2): جد ناتج: 128 × 572

الحل: كما هو على الشبكة:

73216 = 572 × 128



مئات
عشرات
آحاد

خوارزميات خاصة ببعض الأعداد:

حاصل ضرب عددين مجموع آحاديهما عشرة، ولهما رقم العشرات نفسه.

أمثلة: $224 = 14 \times 16$

$225 = 15 \times 15$

$1225 = 35 \times 35$

$3016 = 58 \times 52$

$112221 = 333 \times 337$

$7221 = 87 \times 83$

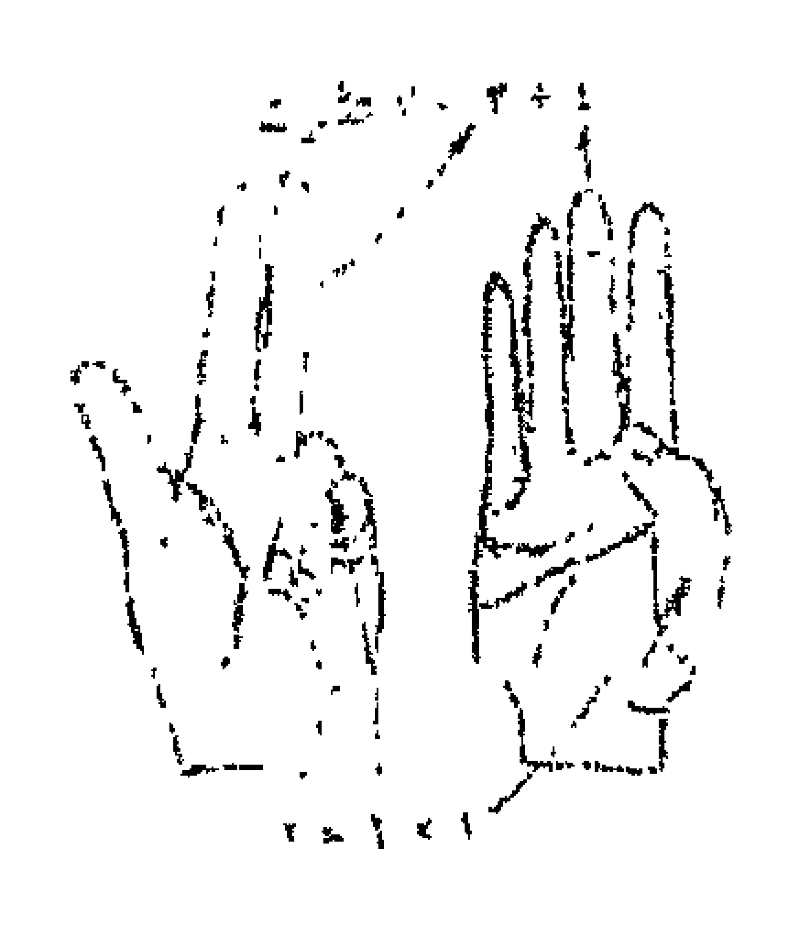
في الأمثلة السابقة يتم إيجاد الناتج بضرب رقمي الآحاد في بعضهما، ثم رقم منزلة العشرات في الرقم الذي يليه.

فمثلاً: $((1+5)\times5)$، $(8\times2) = 58 \times 52$

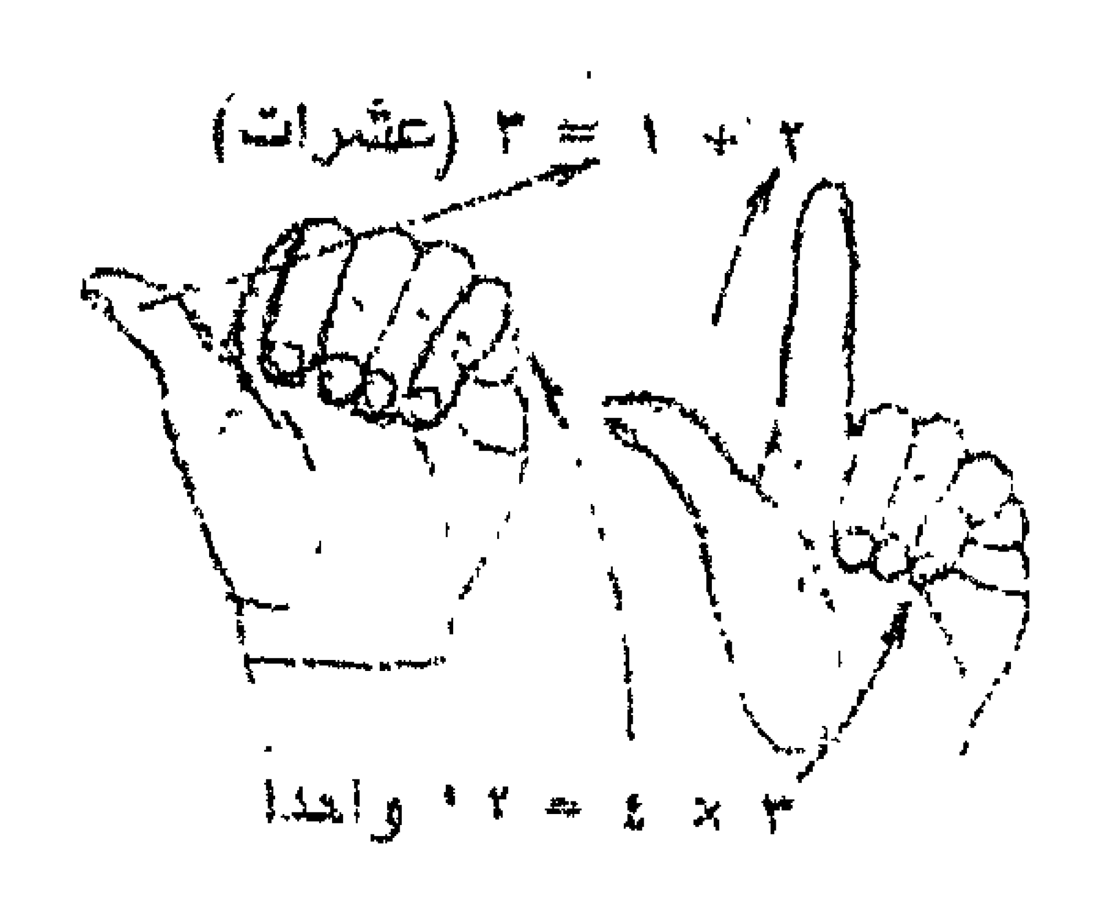
30 ، $16 =$

خوارزمية خاصة بحقائق الضرب التي تزيد عن 5 × 5 جدول الضرب.

مثال(1): جد ناتج 8×9



الحل: نرفع اليدين، نضم من اليد الأولى عدداًمن الأصابع يعادل (10–9) إصبعاً وفي هذه الحالة إصبع واحد، ومن اليد الثانية نضم (10–8) إصبعاً،فيكون ناتج الضرب مساوياً لعدد الأصابع المرفوعة بالعشرات، مضافاً إليه ناتج ضرب عدد الأصابع المضمومة في كلتا اليدين.



مثال (2): جد ناتج 6×7

الحل: نضم من اليد الأولى 3 أصابع
ومن الثانية 4 أصابع، وبالتالي
يكون ناتج الضرب:
(2 + 1) عشرات + 3×4 (واحدات) =
.42 = 12 + 30

تدريس القسمة:

القسمة عملية عكسية للضرب، وتعرف القسمة بأنها عملية تجزئة مجموعة ما إلى مجموعات جزئية متكافئة.

ولتدريس مفهوم القسمة يمكن إتباع الخطوات التالية:

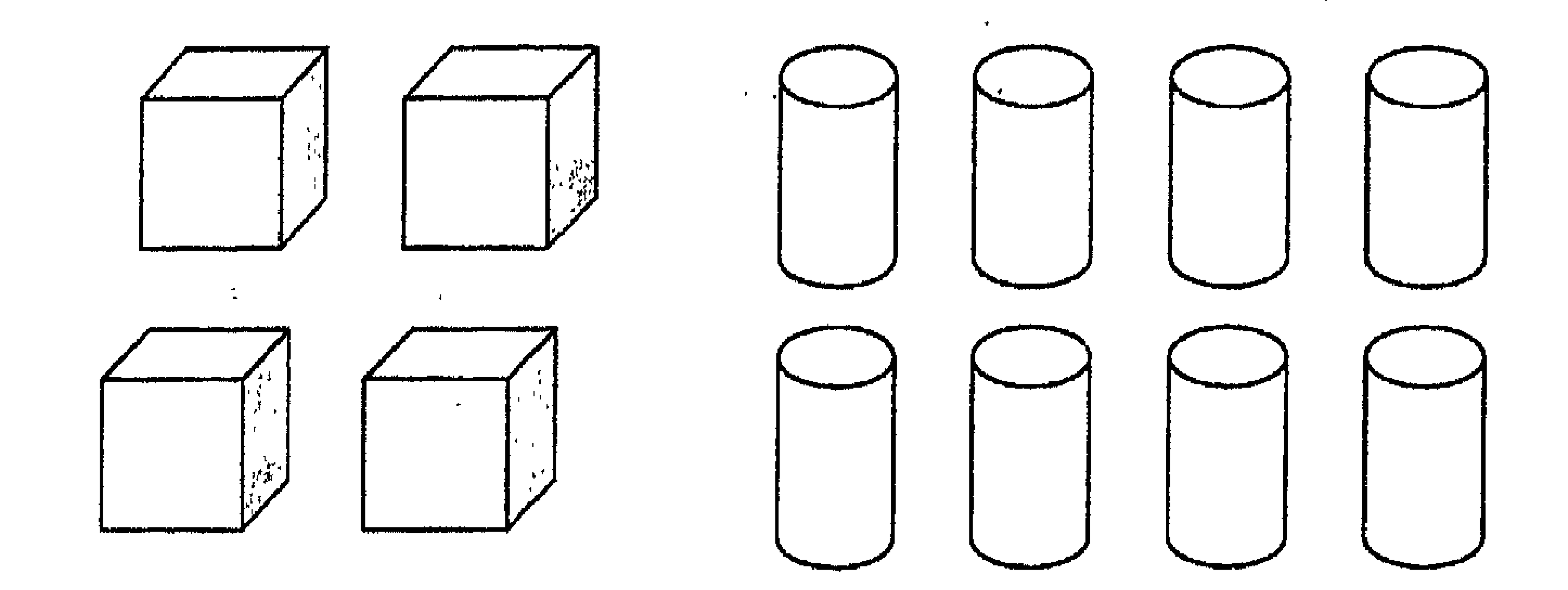
1- يبدأ المعلم تقديم مفهوم القسمة من خلال أمثلة حسية وشبه حسية.

مثال: يمسك المعلم بيده (8) أقلام ويعدها أمام الطلبة. ثم يخرج طالبين ويقوم بتوزيعها على الطالبين بالتساوي، ويسأل الطلبة الأسئلة التالية:

- كم قلماً كان معي؟ الإجابة: (8) أقلام.
- كما قلماً بقى معي؟ الإجابة: لا شيء.
- كما عدد الطلبة الذين أخرجتهم؟ الإجابة: طالبان.
- كما قلماً أخذ كل طالب؟ الإجابة: (4) أقلام.

مثال:

يراد وضع (8)علب من سمنه في (4) صناديق، كم علبة يكون في الصندوق الواحد؟



- كم عدد علب السمنه المراد توزيعها؟ الإجابة: 8 علب.
- كم عدد الصناديق الموجودة؟ الإجابة: 4 صناديق.
- كم علبة يكون في الصندوق الواحد؟ الإجابة: 2 علبة.

2- ينتقل المعلم في المرحلة التالية إلى ربط كل مجموعة بعدد عناصرها واستخدام إشارة القسمة (÷)

مثال: (9) أقلام وزعت على طالبين فأخذ كل طالب (3) أقلام، وتكتب على الشكل التالي:

$$9 \div 3 = 3$$

مثال: (6) علب عصير وزعت على (3) صناديق فأخذ كل صندوق علبتين، وتكتب:

$$6 \div 3 = 2$$

ونسمى العدد (6): المقسوم، والعدد (3): المقسوم عليه، والعدد (2): الناتج.

تدريس حقائق القسمة:

يتم تعليم الطلبة حقائق القسمة من خلال مفهوم القسمة وفهم المعنى الحقيقي لعملية القسمة، ويطلب من الطالب حفظ هذه الحقائق ضمن حقائق الضرب، أي أن الطالب يجب أن يحفظ حقائق القسمة التي يكون فيها المقسوم أحد نواتج الضرب حتى 10×10 والمقسوم عليه أحد العددين اللذين تم ضربهما للحصول على الناتج.

مثال: $8 \times 6 = 48$ (حقيقة الضرب)

حقائق القسمة المرتبطة بها هي: $48 \div 6 = 8$ و $48 \div 8 = 6$

تدريس خوارزمية القسمة:

في تدريس القسمة لطلبة المرحلة الأساسية الدنيا يكون المقسوم عليه دائماً يتكون من منزلة واحدة.

ويتم تقديم خوارزمية القسمة على مراحل:

1--حسب العلاقة بين الأرقام المكونة للمقسوم والمقسوم عليه:

أ- القسمة البسيطة: حيث يكون كل رقم من الأرقام المكونة للمقسوم هو مضاعف من مضاعف المقسوم عليه، وفي كل مرحلة يتم قسمة عدد من منزلة واحدة على عدد من منزلة واحدة.

مثال: $86 \div 2 =$

	4	3
2	8	6
	8	
	0	6
		6
		0

ب-القسمة المركبة: حيث يكون واحد على الأقل من الأرقام المكونة للمقسوم ليس مضاعفاً للمقسوم عليه. وفي هذه الحالة تكون أمام احتمالين هما:

1- **أن** يكون هذا الرقم أكبر من المقسوم عليه: وهذا سيؤدي إلى وجود باقٍ يضاف للعدد التالي.

مثال: 74 ÷ 2 =

	3	7
2	(7)	4
	6	
	1	4
	1	4
	0	0

2-أن يكون هذا الرقم أصغر من المقسوم عليه: وهذا سيؤدي إلى قسمة عدد من المنزلتين على المقسوم عليه وهو عدد من منزلة واحدة.

مثال: 368÷ 4 =

	0	9	2
4	(3)	6	8
	0		
	3	6	
	3	6	
	0	0	8
			8
			0

2-حسب عدد المنازل التي يتكون منها العدد:

يقتصر تدريس خوارزمية القسمة لطلبة المرحلة الأساسية الدنيا على قسمة عدد من ثلاث منازل على الأكثر على عدد من منزلة واحدة، لذا فإنه عند إتقان الطلبة لحقائق القسمة يتم الانتقال إلى خوارزمية قسمة عدد من منزلتين على عدد من منزلة واحدة، ثم يتم الانتقال إلى خوارزمية قسمة عدد من 3 منازل على عدد من منزلة واحدة.

وهناك خوارزميات أخرى يمكن إجراء القسمة باستخدامها ومنها:

الطرح المتكرر:

مثال: 75 ÷ 15

نلاحظ جانباً: أننا طرحنا ثلاث مرات العدد 15 من العدد 57، والتالي فإن ناتج القسمة هو 3 والباقي 12

ويمكن كتابة ذلك بالعبارة

$57 = 3 \times 15 + 12$

$$\begin{array}{r} 57 \\ -\ 15 \\ \hline 42 \\ -\ 15 \\ \hline 27 \\ 15 \\ \hline 12 \end{array}$$

حيث يمثل العدد 57 المقسوم والعدد 15 المقسوم عليه، والعدد 3 هو ناتج القسمة، أما العدد 12 فهو باقي القسمة.

التعامل مع مضاعفات العدد 10

مثال (1): 92 ÷ 4 = 23

4	92	20
	80	
	12	3
	12	23
	00	

مثال (2): 576 ÷ 6 = 144

4	576	100
-	400	
	176	40
-	160	
	16	4
	16	
	00	144

نشاط /

أنظر إلى الخوارزميات الثلاث التالية للقسمة وفسر خطوات كل منها:

			2000
	7	16219	
		14000	
		2219	300

	2317
7	16219
	14000
	2219

	2317
7	16219
	14
	22

21	2100	2100	
11	0119	0119	10
7	70	70	
49	49	49	
49	49	49	7
00	00	00	2317

قواعد قابلية القسمة:

- **قابلية القسمة على (2)**: يقبل العدد القسمة على (2) إذا كان آحاده واحداً من الأرقام التالية: 0 ، 2 ، 4 ، 6 ، 8
- **قابلية القسمة على (3)**: يقبل العدد القسمة على (3) إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على (3)
- **قابلية القسمة على (5)**: يقبل العدد القسمة على (5) إذا كان آحاده الرقم خمسة أو صفراً.
- **قابلية القسمة على (6)**: يقبل العدد القسمة على (6) إذا كان العدد يقبل القسمة على (2) وعلى (3) في آن واحد.
- **قابلية القسمة على (7)**: لمعرفة فيما إذا كان العدد يقبل القسمة على (7) أم لا نتبع الخطوات التالية:

1-نضاعف رقم الآحاد للعدد المقسوم ونضعه تحت رقمي العشرات والمئات.

2-نتجنب حساب رقم الآحاد المذكور الذي ضاعفناه ونطرح الرقم المضاعف من باقي العدد المطلوب تقسيمه.

3-نكرر العملية ثانية مع الباقي الناتج من العملية الأولى بالطريقة نفسها.

4-نستمر حتى ينتج في النهاية باقٍ يتكون من رقم أو رقمين، فإذا كان هذا الباقي يقبل القسمة على سبعة فإن ذلك يعني أن العدد الأساسي بكامله يقبل القسمة على سبعة.

مثال (1): ابحث في قابلية القسمة للعدد (4578) على (7):

الحل:

4578	
− 16	$16 = 2 \times 8$
441	
2	$1 = 2 \times 1$
42	
4	$4 = 2 \times 2$
00	

وبما أن الباقي صفر، فهذا يعني أن العدد (4578) يقبل القسمة على (7).

مثال (2) : هل يقبل العدد (8956) القسمة على (7)؟

8956	
12	$12 = 2 \times 6$
883	
6	$6 = 2 \times 3$
82	
4	$4 = 2 \times 2$
4	

وحيث أن العدد (4) لا يقبل القسمة على (7).

العدد (8956) لا يقبل القسمة على (7).

- **قابلية القسمة على (9)**: يقبل العدد القسمة على (9) إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على (9)

مثال: العدد (192753) يقبل القسمة على (9) لأن مجموع أرقامه

3+5+7+2+9+1=27 يقبل القسمة على (9)

لاحظ أن العدد الذي يقبل القسمة على (9)يقبل القسمة على (3).

- **قابلية القسمة على (11)**: لمعرفة فيما إذا كان العددي قبل القسمة على (11) نتبع الخطوات التالية:

1) نقسم أرقام العدد إلى مجموعتين، المجموعة الأولى تضم المنازل رقم: 1، 3، 5، .... والمجمعة الثانية تضم المنازل رقم 2 ، 4 ، 6 ، ....
2) نجمع أرقام كل مجموعة ثم نطرحها من بعضها.
3) إذا كان ناتج الطرح يقبل القسمة على (11) فإن العدد الأصلي يقبل القسمة على(11)، وإن كان غير ذلك فالعدد الأصلي لا يقبل.

مثال(1) : ابحث في قابلية العدد (3901875) للقسمة على (11)

الحل:

مجموعة الأرقام الأولى هي: 5 ، 8 ، 0 ، 3 ومجموعها 16

مجموعة الأرقام الثانية وهي: 7 ، 1 ، 9 ومجموعها 17

17–16=1 وهذا ليس من مضاعفات العدد 11

أذن العدد 3901875 لا يقبل القسمة على 11

مثال (2): هل العدد (142098) يقبل القسمة على (11)؟ لماذا؟

(1 + 2 + 9) - (4 + 0 + 8) =

12 – 12= صفر وهو من مضاعفات العدد (11)

أذن العدد 142098 يقبل القسمة على (11).

تدريس الهندسة:

ذكرنا سابقاً في الفصل الأول أن بناء الرياضيات والهندسة يتكون من:

2- **المفاهيم الأولية غير المعرفة** مثل: النقطة والمستقيم والمستوى.

3- **المفاهيم المعرفة** مثل: الدائرة في بنية الهندسة الإقليدية، حيث تعرف بأنها المحل الهندسي لنقطة تتحرك على بُعد ثابت من نقطة ثابتة.

4- **المسلمات (البيدهيات)**: وهي عبارات يقبل بصحتها دون برهان، مثل العبارة التالية في بنية الهندسة الإقليدية: (يمر مستقيم واحد فقط في أي نقطتين مختلفتين).

5- **النظريات**: وهي عبارات يجب إثبات صحتها، مثل نظرية فيثاغورس في بنية الهندسة الإقليدية، والتي تنص على: (مساحة المربع المنشأة الوتر في المثلث القائم الزاوية تساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين).

6- **برهان النظريات والتطبيقات**: والبرهان الرياضي هو سلسلة من العبارات الرياضية المترابطة التي تستخدم لبيان صحة النظرية، من خلال البدء بالمعطيات للوصول إلى المطلوب.

وتعتبر الهندسة من الموضوعات الرياضية الواقعية التي يمكن مشاهدتها والإحساس بها والقدرة على تخيلها، بعكس الكثير من الموضوعات الرياضية الأخرى التي يغلب عليها الطابع التجريدي مثل الجبر والأعداد.

ولفظ هندسة فارسية الأصل فيها معنى من تسوية الأرض، ويقابلها باللغة الإنجليزية لفظة Geometry وهي تتركب من لفظين إغريقيين هما: Geo وتعني الأرض، و Metry وتعني القياس، وبهذا فالاسم الأصلي للهندسة هو علم قياس الأرض.

وتاريخ الهندسة، قديم يعود إلى آلاف السنين، وقد بدأ عند قدماء المصريين ليسد حاجة مهمة شعروا بها عندما كانت مياه الفيضانات تزيل معالم الحدود، فنشأت لإقامة الحدود من جديد.

وهكذا فالهندسة علم عملي تطبيقي ضروري للحياة، وإذا تأملنا هذا المعنى فإننا نجد أن معظم الأفراد يحتاجون إلى تعلم شيء من الهندسة، فالفلاح والبستاني والمزارع يحتاجون إلى الهندسة في تقسيم الأراضي، وضبط الحدود، ورسم الأشكال، وكذلك المساح والمهندس يحتاجها كل منهما في تخطيط المدن وإنشاء الطرق والجسور، كما يحتاجها أصحاب المهن الأخرى في أعمالهم المتعددة، ومع الوقت تطور فهم الناس للحدود والأشكال والحجوم حتى صار نظرية مجردة للكون،وظهرت أنواع جديدة للهندسة، فلم يعد تقتصر على ما له علاقة بقياس الأرض، وإن كان معظمها ذا جانبين، جانب قياسي يتعلق بالأبعاد وجانب غير قياسي يتعلق بالشكل والوضع والعلاقات، فكان منها الهندسة المستوية،والهندسة الفراغية، والهندسة التحليلية، وهندسة التحويلات، والهندسة المطاطية (تبولوجيا)، وغير ذلك، ومن هنا يجب أن تبدأ الهندسة في هذه المرحلة الأساسية كعملية تطبيقية، وأي بداية تخالف ذلك تجعل الهندسة مادة جافة لا معنى لها في أذهان طلبة هذه المرحلة.

كما أن الكثير من الأشكال والمجسمات الهندسية توجد في الحياة، ويستخدمها الفرد بشكل مستمر، وهذا يعمل على تسهيل تعلم المفاهيم والتعميمات الهندسية من خلال ربطها بالواقع.

وقد ركزت معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات الأمريكي على تضمين موضوع الهندسة في منهاج الرياضيات، بحيث يتمكن جميع الطلبة في صفوف المرحلة الأساسية الدنيا من تحليل خصائص وصفات الأشكال ثنائية وثلاثية الأبعاد من خلال:

- التعرف على الأشكال ثنائية وثلاثية الأبعاد وتسميتها وبنائها ورسمها وتصنيفها.
- وصف خصائص وإجراء الأشكال ثنائية وثلاثية الأبعاد.
- استقصاء نتائج تجميع وتجزئة الأشكال ثنائية وثلاثية الأبعاد والتنبؤ بها.

ويميل الأطفال الصغار إلى وصف الأشكال وملاحظة خصائصها باستخدام الأشياء المحسوسة.

ويجب على طلبة المرحلة الأساسية الدنيا التعرف على بعض المفاهيم الهندسية التي من أهمها:

1-النقطة:

يمكن تمثيل النقطة من خلال تحديد موقع مدينة على خريطة، أو موقع لنجم في السماء أو رأس دبوس. أو الأثر الذي يتركه راس الطبشوة على السبورة، ويرمز للنقطة بأحد الحروف كما في الشكل المجاور.

× × ×

أ ب ج

2-القطعة المستقيمة:

يمكن تمثيل القطعة المستقيمة بمسار مستقيم يربط بين نقطتين مختلفتين، مثل: أ ، ب معاً، وتكون إحدى النقطتين هي نقطة البداية للقطعة الأخرى نقطة نهاية لها، كما في الشكل التالي:

أ ———— ب

ومن الأمثلة على القطعة المستقيمة: حافة المسطرة، حافة اللوح، حافة الباب.

إذا تم مد القطعة المستقيمة من أحد طرفيها فإنها تسمى شعاعاً، كما في الأشكال التالية:



والشعاع أ ب هو الشعاع الذي يبدأ من النقطة أ ويمر في النقطة ب وليس له نهاية أما الشعاع ب أ فهو الشعاع الذي يبدأ من النقطة ب ويمر في النقطة أ وليس له نهاية.

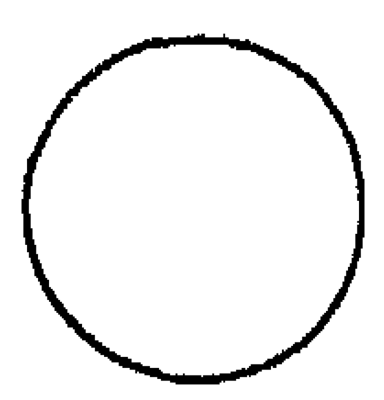
إذا تم مد القطعة المستقيمة من كلا طرفيها فإنها تسمى مستقيماً، كما لـي الشكل التالي:

أ ⟷ ب

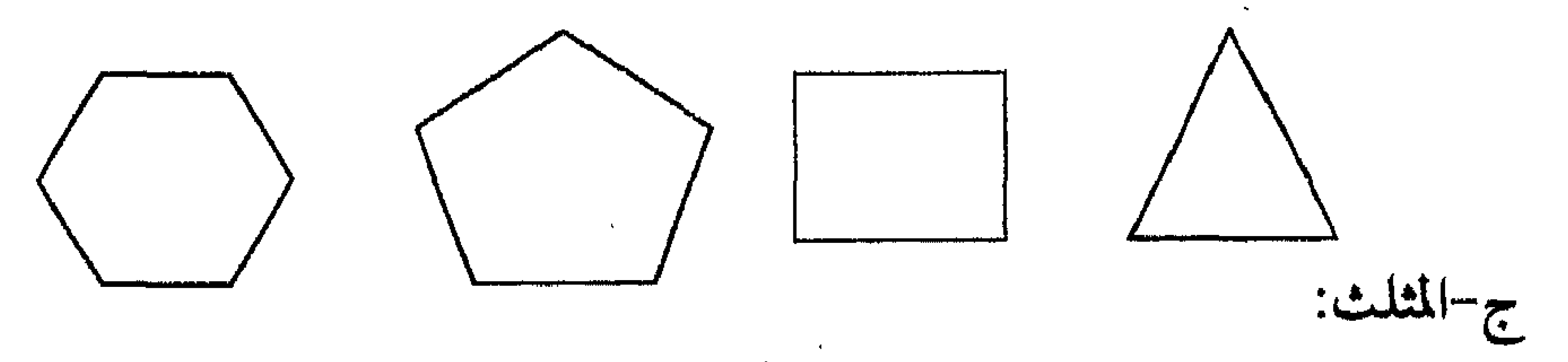
3- الأشكال الهندسية المستوية:

يتعرض طلبة المرحلة الأساسية الدنيا لمجموعة من الأشكال الهندسية المستوية، والتي تقسم إلى قسمين:

أ- الدائرة: ويطلب من الطالب التعرف على شكل الدائرة وتسمية أشياء من الواقع تمثل الدائرة. ويمكن تمثيل الدائرة بالشكل التالي:

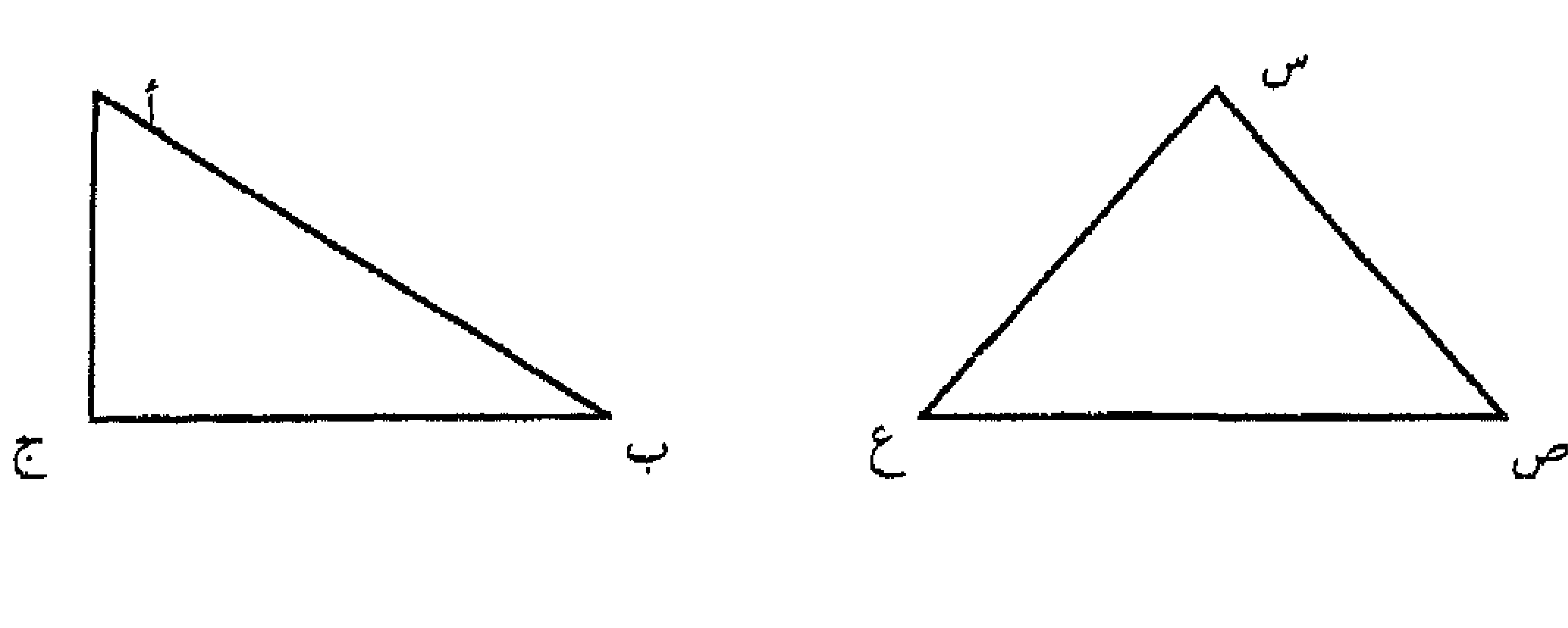


ب- المضلعات: وهي أشكال مغلقة تتكون من عدد من القطع المستقيمة، وتصنف المضلعات حسب عدد الأضلاع إلى ثلاثية، رباعية، خماسية، ...



ج-المثلث:

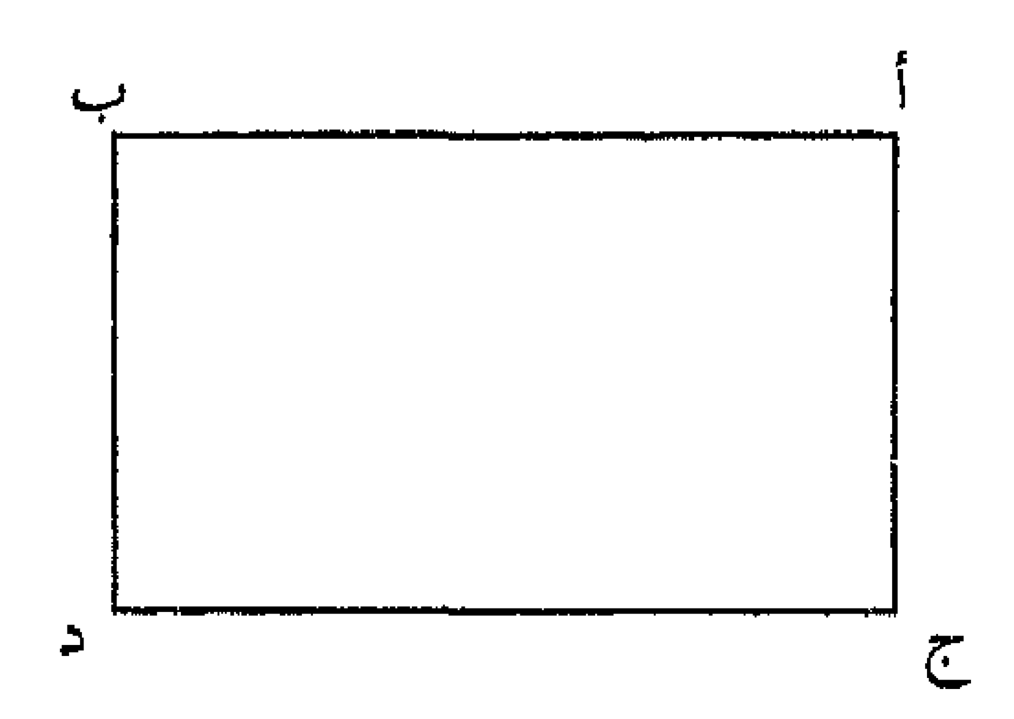
ويتكون من ثلاث قطع مستقيمة، كل قطعة تسمى ضلعاً، وله ثلاثة رؤوس، ويسمى المثلث من خلال أسماء رؤوسه الثلاثة. كما في الأشكال التالية.



المثلث س ص ع　　　　المثلث أ ب ج

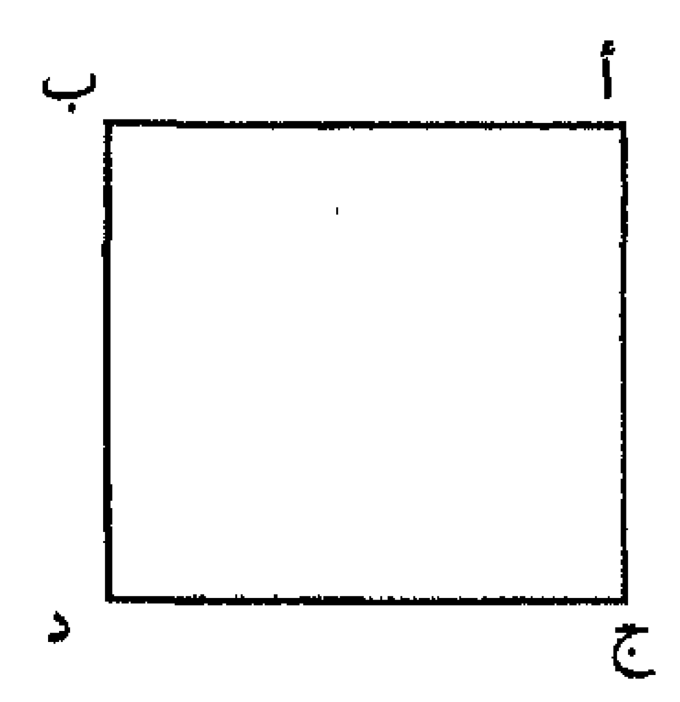
د-المستطيل:

ويتكون من أربعة أضلاع، كل ضلعين متقابلين فيه متساويان وزواياه قوائم، وله أربعة رؤوس، ويسمى المستطيل من خلال أسماء رؤوسه كما في الأشكال التالية:



هـ-المربع:

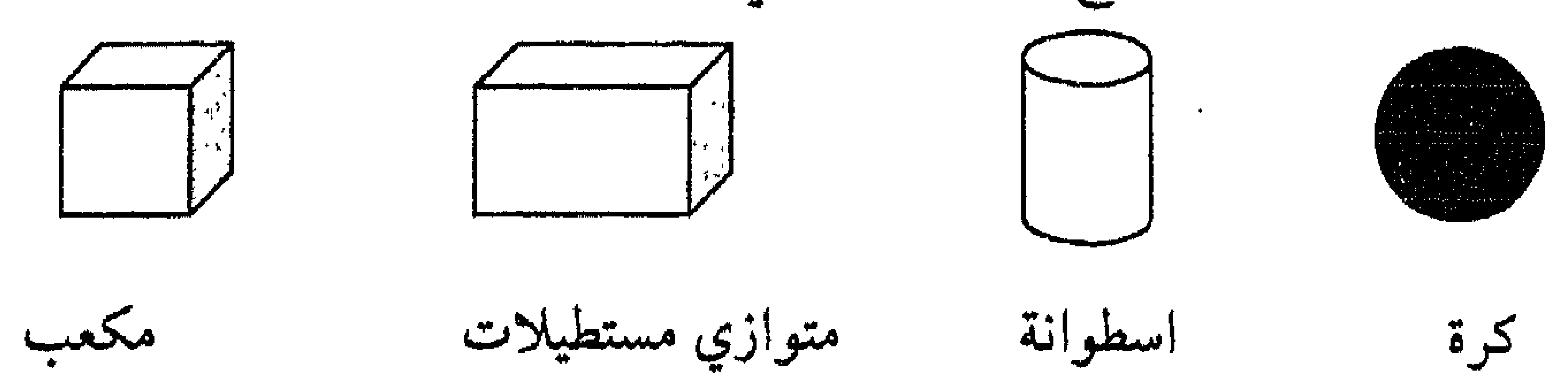
وهو عبارة عن مستطيل أضلاعه الأربعة متساوية، كما في الشكل التالي:



و-المجسمات:

يتعرف الطلبة على بعض المجسمات مثل: الكرة، الاسطوانة، متوازي المستطيلات، المكعب، ويطلب من الطالب تمييز أسماء هذه المجسمات وإعطاء أمثلة واقعية تمثل تلك المجسمات.

وتبين الأشكال التالية نماذج للمجسمات التي ورد ذكرها:



كرة اسطوانة متوازي مستطيلات مكعب

مستويات التفكير الهندسي:

وقد صنف (فان هيل) مستويات التفكير الهندسي إلى خمسة مستويات (عبيد: 2004)، حيث أظهرت تلك المستويات أن النمو في التفكير يسير في مراحل متتالية، وكذلك فإن كل مستوى هو متطلب سابق لتنمية التفكير الهندسي في المستوى الذي يليه وهذه المستويات هي:

*** مستوى التعريف البصري (مستوى الصفر):**

في هذا المستوى يتعلم الطفل الأسماء ويميز بين الأشكال ككيان متكامل دون إدراك خواص الشكل، فهو يدركها بصرياً فقط، ويقوم الطفل في هذه المرحلة بما يلي:

- يتعرف على هيئة الشكل في أواضع مختلفة.
- ينسخ أو يرسم شكلاً.
- يسمي أشكالاً عامة (مثلاً المستطيل على شكل الباب)
- يميز بين الأشكال بحسب مظهرها ويصنفها بالكلام.
- يتعرف على أجزاء الشكل.
- ينظر لكل شكل على حدة بدون تعميم.
- يميز بين شكل أضلاعه مستقيمة (مربع مثلاً) وشكل محيطه على شكل منحنيات ولكنه لا يميز بين الأشكال من نفس النوع.

***مستوى التحليل (المستوى الأول)**

في هذا المستوى يميز الطفل خواص الأشكال دون إدراك علاقات بين هذه الخواص، ولا يمكنه فهم واستيعاب التعاريف التي تعطي للأشكال، ويقوم الطفل في هذه المرحلة بما يلي:

- يميز بين الأشكال بحسب خواصها ومكوناتها.
- يستخدم ألفاظاً لفظية وكلامية.
- يتعرف على شكل من خواصه ويختبرها بالقياس.
- يستخدم الخواص في رسم شكل.
- يعمم خواصاً على مجموعة من الأشكال (المربعات لها 4 أضلاع، 4 زوايا قائمة)
- يحل بعض التمارين على خواص مثل مجموع قياسات زوايا المثلث.
- لا يرى حاجة لإثبات صحة الخواص التي يدركها فيكفي القياس مثلاً.

***مستوى الاستدلال بطرق غير شكلية (المستوى الثاني):**

في هذا المستوى يصنف المتعلم الأشكال عن طريق خصائصها ويدرك تعاريف العلاقات بين الخواص كما يدرك أهمية الاستنتاج ذهنياً، واستخلاص نتائج من خواص ومعطيات معطاة.

*** مستوى الاستنباط الشكلي (المستوى الثالث):**

في هذا المستوى يستطيع المتعلم أن يفكر نظرياً ويقيم براهين منطقية ويدرك العلاقات بين الخواص، كما يدرك أهمية الاستنتاج ذهنياً واستخلاص نتائج من خواص ومعطيات معطاه.

* مستوى الدقة البالغة (المستوى الرابع):

في هذا المستوى يمكن للمتعلم المقارنة بين أنظمة هندسية مختلفة مثل الإقليدية وغير الإقليدية، ويكون المتعلم على وعي وفهم لدور المنطق والطرق المختلفة للبرهان.

طرائق تدريس الهندسة لطلبة المرحلة الأساسية:

تتميز الموضوعات الهندسية التي تدرس في صفوف المرحلة الأساسية بأنها موضوعات بسيطة وخالية من التعقيد، وكذلك موضوعات تغلب غليها الطبيعة العملية، وهذه الصبغة العملية ملازمة للموضوعات الهندسية التي تدرس في هذه المرحلة، ولا تتعرض بحال من الأحوال للناحية النظرية سواء أكانت متعلقة بالمفاهيم الهندسية أم بالمبادئ أم النظريات.

ولتعلم أيضاً أن موضوعات الهندسة في هذه المرحلة على صلة وثيقة بالمواد الدراسية الأخرى، حيث تتصل بموضوع القياس والمقاييس، وذلك من خلال دراسة مساحة السطوح وحجوم الأجسام، كما أنها تتصل بالتربية الفنية والمهنية وذلك من خلال تخطيط الأشكال وبناء المجسمات، ولذا فإنها تتيح لهم فرصة التطبيق العملي، فالطلبة حين يقومون برسم شكل من الأشكال الهندسية، أو بناء نموذج لجسم من الأجسام يساعدهم هذا على فهم الأشكال والأجسام وكيفية إيجاد مساحتها وحجومها.

ومن هنا كان تعليم الهندسة في هذه المرحلة يعتمد كل الاعتماد على التطبيقات العملية.

وقد ذكر عبيد (2004) عدة أساليب لتدريس الهندسة:

المشاهدة داخل وخارج غرفة الصف لأشكال في المستوى وفي الفضاء.

- استخدام نماذج محسوسة واختيار أشياء مناسبة من البيئة تمثل بعض الأشكال الهندسية.
- استخدام لوحات ومصورات تمثل الأشكال ثنائية وثلاثية الأبعاد.
- عرض طريقة الرسم يدوياً بوسائط متعددة على شاشات الحاسوب.
- إنشاءات هندسية وتحديد الأدوات اللازمة وطرق استخدامها بشكل صحيح.
- تركيب أشكال مستوية لتكوين مجسم.
- تفكيك شكل مجسم ووضع أجزائه في شكل مستو.
- المناقشة والحوار والتحقق العملي والبرهان النظري.
- إعطاء تطبيقات تبرز جوانب الأنشطة الحياتية التي تستخدم فيها الهندسة.

وكتوضيح لما سبق ، نورد إليك هذه الأمثلة العملية لتدريس موضوعات هندسية مقررة على طلبة المرحلة الأساسية:

مثال1:

الموضوع: حساب مساحة المربع:

عند تدريس هذا الموضوع يمكن للمعلم إتباع الخطوات التالية:

- يعرض قطعاً من الورق المقوى أو الخشب أو الكرتون مربعة الشكل ومختلفة المساحات، شريطة أن يكون قياس أطوال أضلاعها ساوي عدداً صحيحاً من وحدات قياس الطول.
- يطلب المعلم من طلبته قياس أطوال أضلاع المربعات والتأكد من أن زوايا الأشكال قوائم.
- يعرض قطعة صغيرة من الورق الموقى طول ضلعها (1سم) ويسأل طلبته: إذا أردنا أن نغطي المربع الكبير بعدد من هذه المربعات الصغيرة، فكم مربعاً صغيراً نحتاج؟

- يقسم المعلم الطلبة إلى مجموعات، ويعطي كل مجموعة مربعاً كبيراً ومجموعة من المربعات الصغيرة قياس (1سم)، ويكلفهم بتغطية المربع الكبير بمربعات صغيرة عن طريق لصق المربعات الصغيرة على المربع الكبير، ويطلب منهم معرفة عدد المربعات الصغيرة التي يحتاجونها لتغطية المربع الكبير.
- يناقش المعلم الطلبة في عدد المربعات الصغيرة التي تحتاجها كل مجموعة لتغطية المربع الكبير.
- يرسم المعلم على السبورة، وعلى مرأى من طلبته، ثلاثة مربعات متفاوتة المساحات، ويكتب على كل ضلع من أضلاع كل مربع طوله، ثم يقسم كل ضلع إلى عدد من الوحدات المتساوية (كل واحدة تساوي 1سم) وذلك عن طريق رسم مستقيمات طولية وعرضية.
- يطلب المعلم من طلبته ملاحظة عدد الأقسام المحدثة على أحد الأضلاع، ثم على الضلع الثاني المجاور في كل مربع، ثم يدعوهم إلى عد المربعات الصغيرة، ويفعل كذلك بالمربعات الأخرى مدوناً إزاء كل منها طول ضلعه وعدد المربعات الصغيرة التي يحتويها حسب الشكل التالي:

الضلع الأول 2 سم	3 سم	4 سم
الضلع المجاور 2 سم	3 سم	4 سم
المساحة 4 سم^2	9سم^2	16سم^2

يطلب المعلم من طلبته تأمل النتائج، يساعدهم على التوصل إلى قاعدة تساعدهم على حساب مساحة المربع دون اللجوء إلى الرسم، ومن المفيد أن يلفت انتباه طلبته إلى وجود علاقة بين:

(2، 2، 4)

(3، 3، 9)

(4، 4، 16)

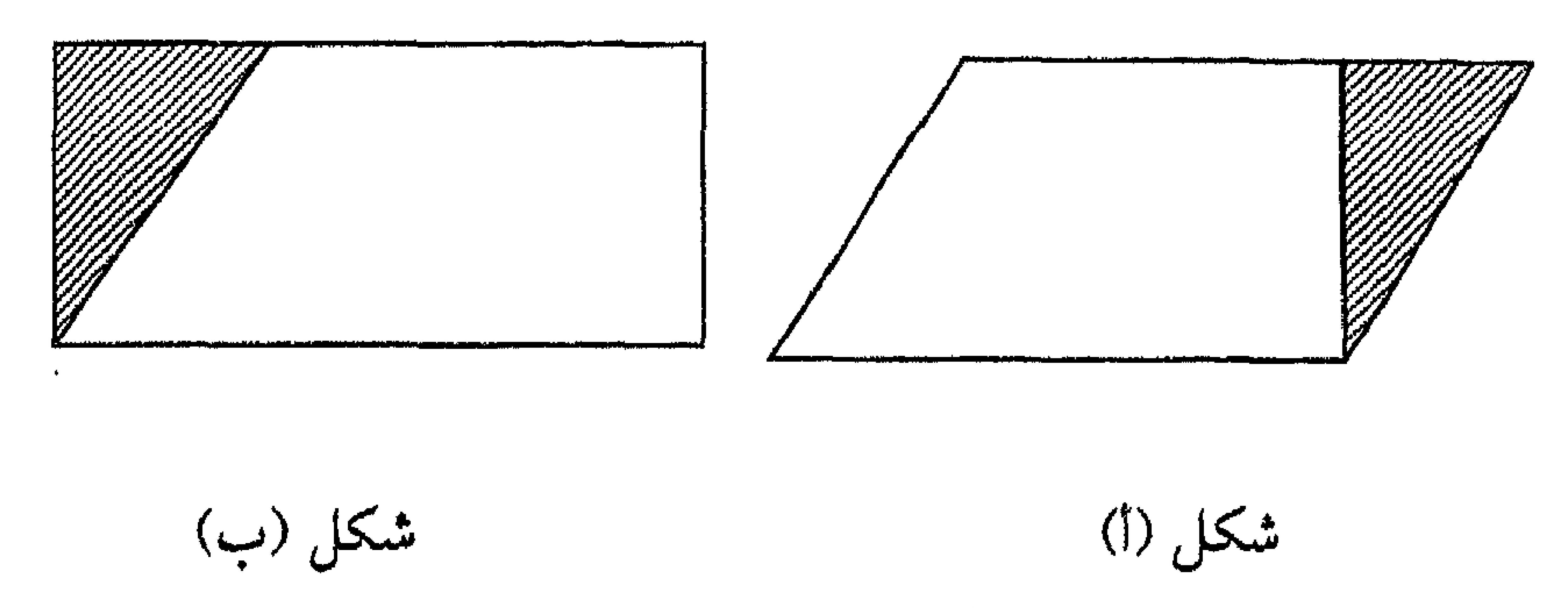
ويسألهم عن نوع العلاقة.

- بعد أن يكتشف الطلبة قاعدة حساب مساحة المربع ينتقل بهم المعلم إلى تدريبات الكتاب التطبيقية وذلك لترسيخ القاعدة في أذهانهم.

مثال (2): طريقة تعليم مساحة متوازي الأضلاع:

- يبدأ المعلم بمناقشة طلبته في متوازي الأضلاع وصفاته، ثم يطلب منهم أشكالاً من واقعهم لمتوازي الأضلاع.
- يرسم المعلم متوازي أضلاع على السبورة، ويبين لهم قاعدة متوازي الأضلاع، ثم يعرف الطلبة أن البعد العمودي بين القاعدة والضلع المقابل لها يسمى الارتفاع.
- ولإيجاد مساحة متوازي الأضلاع يشير على طلبته بإجراء الخطوات الآتية:
  - يحضر ورقة على صورة متوازي أضلاع من الورق المقوى كما في الشكل التالي:
  - يظلل فيه المثلث القائم الزاوية.
  - يقص المثلث المظلل ويوضح كما في الشكل التالي:
  - يوجه طلبته من ملاحظة أن متوازي الأضلاع كما في الشكل السابق قد تحول إلى مستطيل في الشكل اللي يليه، طوله يساوي طول قاعدة

متوازي الأضلاع، وعرضه يساوي ارتفاع متوازي الأضلاع، وعليه فإن مساحة متوازي الأضلاع تساوي مساحة المستطيل الناتج عنه.

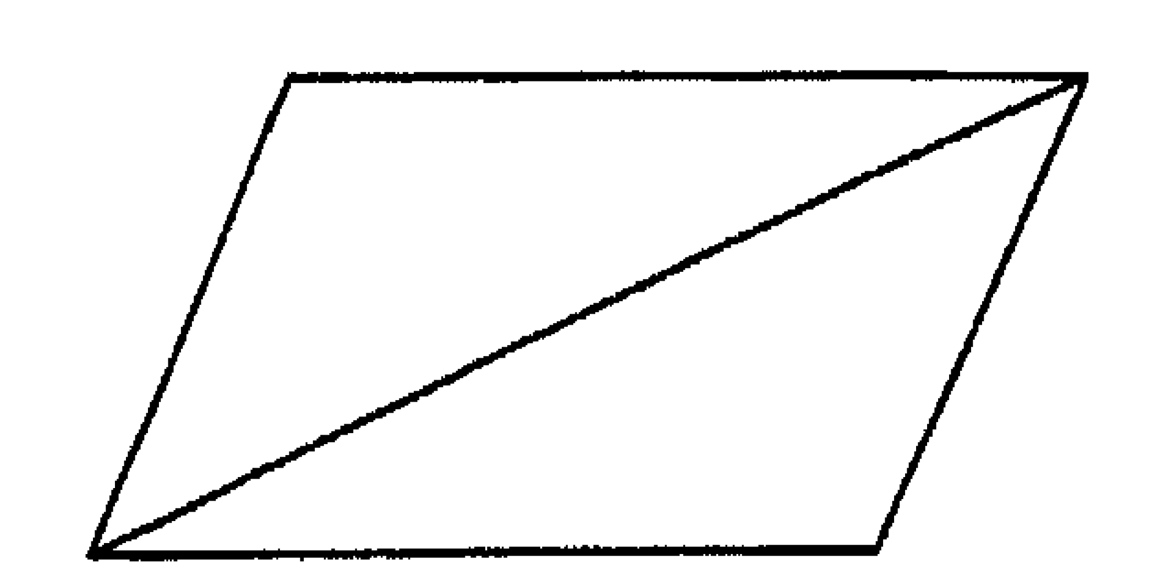
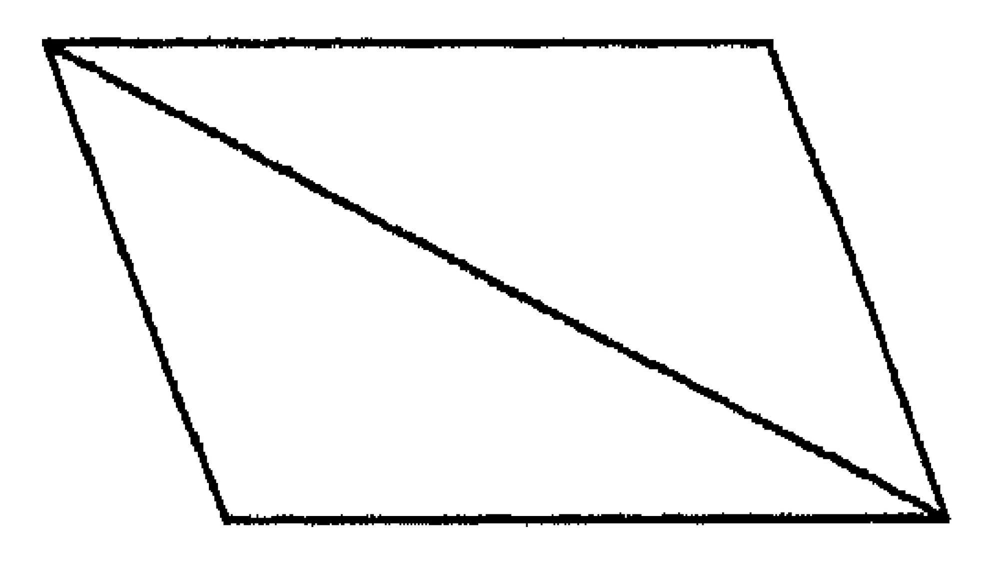


شكل (أ) شكل (ب)

- يناقش المعلم طلبته في قاعدة مساحة متوازي الأضلاع ويشجعهم على صيغة القاعدة.
- يطلب من طلبته حل التدريبات والمسائل الموجودة في الكتاب المقرر لتوظيف القاعدة وتثبيتها في أذهانهم.

مثال (3) : طريقة تعليم مساحة المثلث:

- يمكن للمعلم، أن يتعرض لمساحة المثلث من خلال تقديم متوازي الأضلاع بأنه شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتساويان، وأن القطعة المستقيمة التي تصل بين كل رأسين متقابلين فيه تسمى قطراً.
- يرسم المعلم قطر متوازي الأضلاع، ويسأل طلبته:
- هل يقسم القطر متوازي الأضلاع إلى مثلثين متساويين؟ ولكي يتوصل الطلبة إلى معرفة ذلك يحضر قطعة ورقية على صورة متوازي الأضلاع، ويرسم قطراً فيه، ثم يقص متوازي الأضلاع على القطر، ويبين لطلبته أن المثلثين الناتجين متساويان وذلك عن طريق تطابقهما وبإمكان الطلبة إعادة المثلثين كما هو مبين بالشكل التالي:

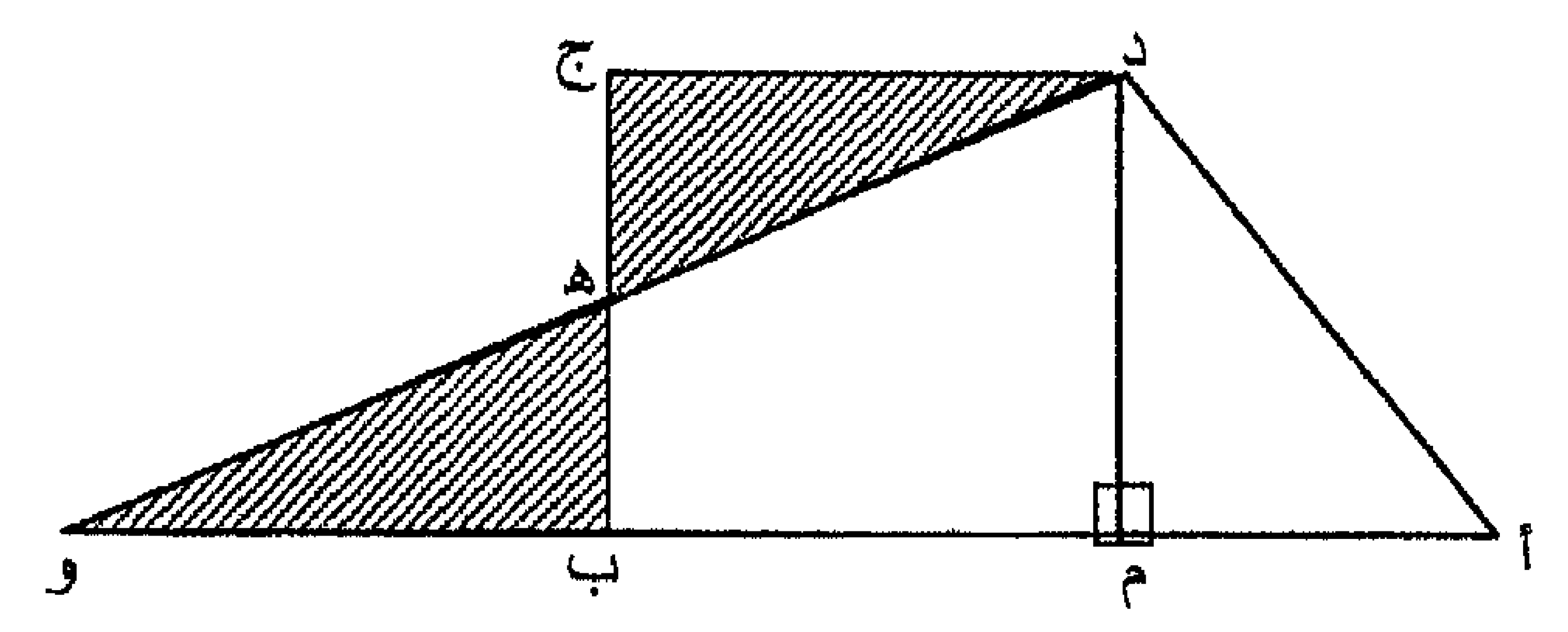
- يناقش المعلم طلبته بعد ذلك إلى العلاقة بين مساحة المثلث ومساحة متوازي الأضلاع ومن المناقشة يتوصل مع طلبته إلى أن:
- مساحة المثلث = نصف مساحة متوازي الأضلاع.
- وعليه فإن مساحة المثلث = نصف طول القاعدة × الارتفاع.
- يطلب المعلم من طلبته حل التدريبات والمسائل الموجودة في الكتاب المقرر.

مثال (4): طريقة تعليم مساحة شبه المنحرف:

يمكن الآن توضيح طريقة تدريس طلبة المرحلة الأساسية قاعدة مساحة شبه المنحرف، وذلك على النحو التالي:

- يناقش المعلم طلبته في خصائص بعض الأشكال الرباعية (المربع، المستطيل، متوازي الأضلاع، شبه المنحرف)

يطلب المعلم من كل طالب رسم شبه منحرف على ورقة ويسميه أ ب ج د كما في الشكل التالي:



طريقة رسم شبه المنحرف

- يطلب المعلم من كل طالب تنصيف الضلع ب ج بنقطة هـ، ثم توصيل القطعة د هـ ومدها لتلاقي امتداد أ ب في و
- يطلب المعلم قص المثلث د هـ ج ووضعه كما الشكل ليبين أن شبه المنحرف أ ب ج د قد تحول إلى المثلث د أ و
- يطلب من طلبته التأمل وملاحظة العلاقة بين مساحة شبه المنحرف أ ب ج د ومساحة المثلث د أ و
- يناقش طلابه في إيجاد مساحة المثلث د أ و، ومنها يصل مع طلبته إلى أن مساحة شبه المنحرف = مساحة المثلث د أ و = نصف القاعدة × الارتفاع.

= نصف أو خ د م

= نصف × (أ ب + ب و) × د م

= نصف × (أ ب + د ج) × د م

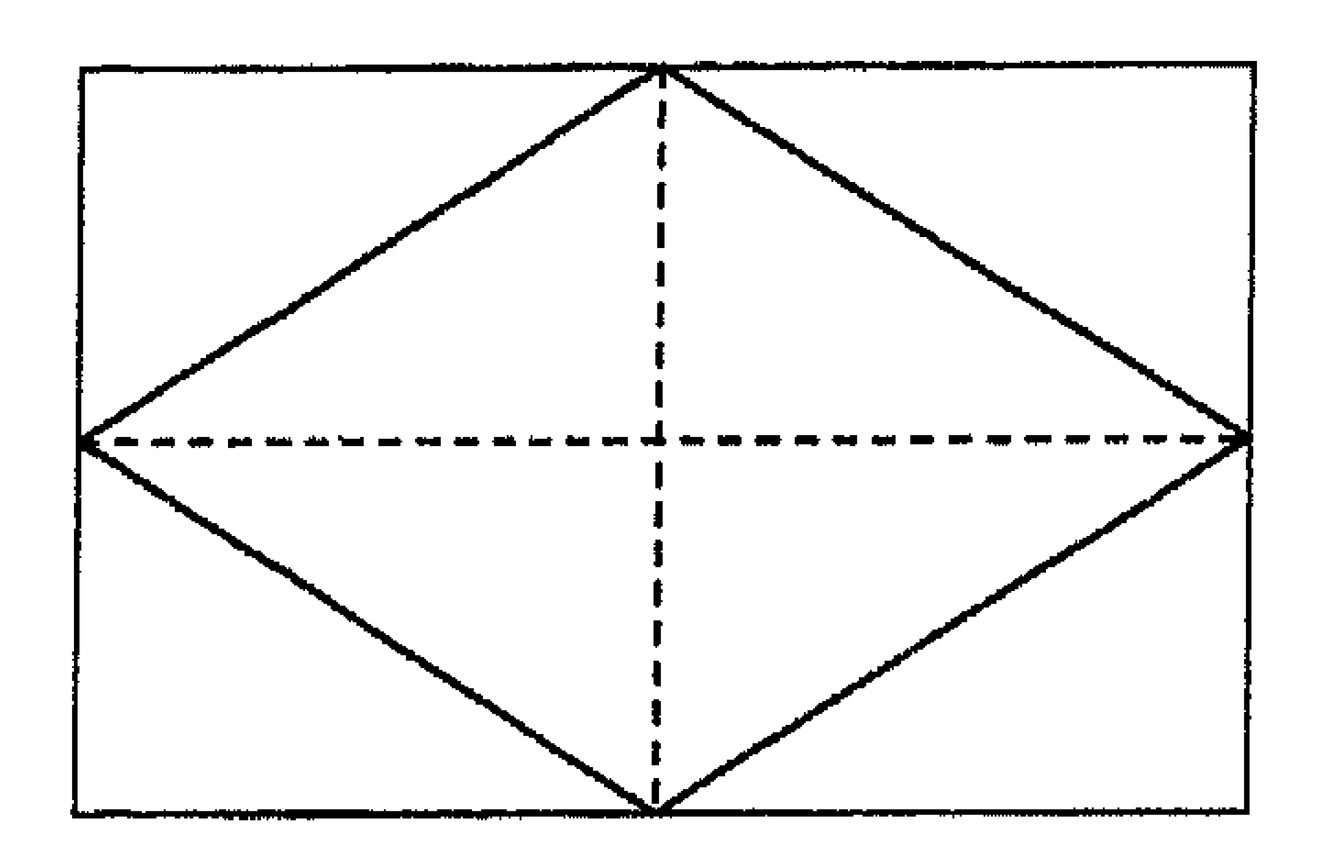
- يطلب المعلم من طلبته صياغة القاعدة التي توصلوا إليها.
- يحل الطلبة التدريبات والتمرينات الموجودة في الكتاب المقرر لتثبت القاعدة.

مثال (5): طريقة تعليم مساحة المعين:

يمكن، عزيزي الدارس، أن ننتقل الآن لتوضيح طريقة تعليم مساحة المعين، وذلك من خللا طلب المعلم من طلبته القيام بالنشاط الآتي: (أنظر الشكل التالي)

- رسم مستطيل على ورقة مع الورق المقوى.
- تنصيف اطلاع المستطيل.
- التوصيل بين منتصفات الأضلاع على التتابع.
- الاستعانة بالقياس لمعرفة الشكل الناتج.
- التوصيل بين قطري المعين.

- قص المستطيل إلى أربعة قطع مستوية من خلال قطري المعين.
- قص مثلثي كل قطعة مستوية.
- المطابقة بين المثلثين.



من خلال المطابقة يمكن للطلبة التوصل إلى أن مساحة المعين تساوي نصف مساحة المستطيل المعطى، وحيث أن مساحة المستطيل تساوي حاصل ضرب طوله في عرضه.

إذن:

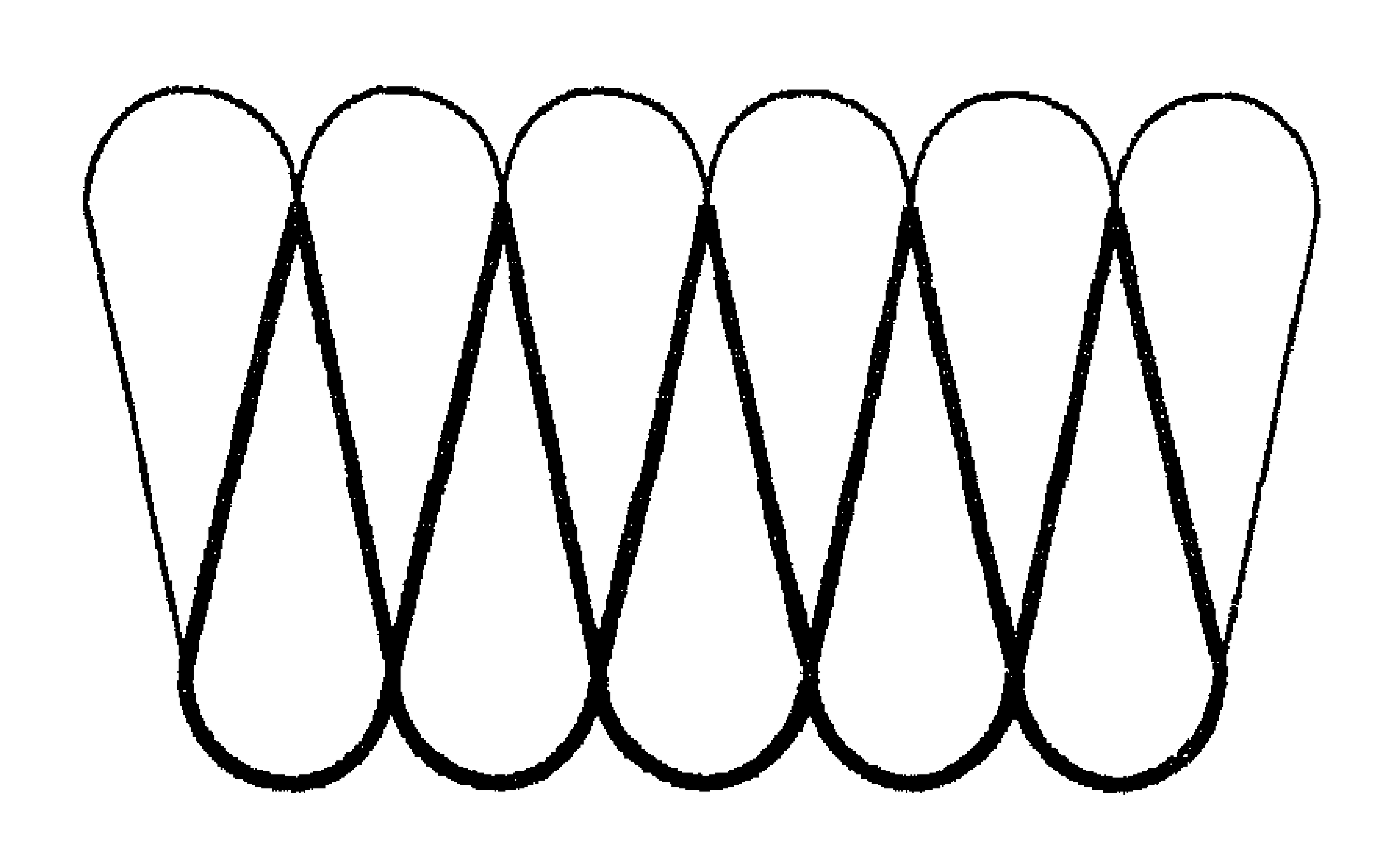
مساحة المعين المرسوم = نصف حاصل ضرب بعدي المستطيل.

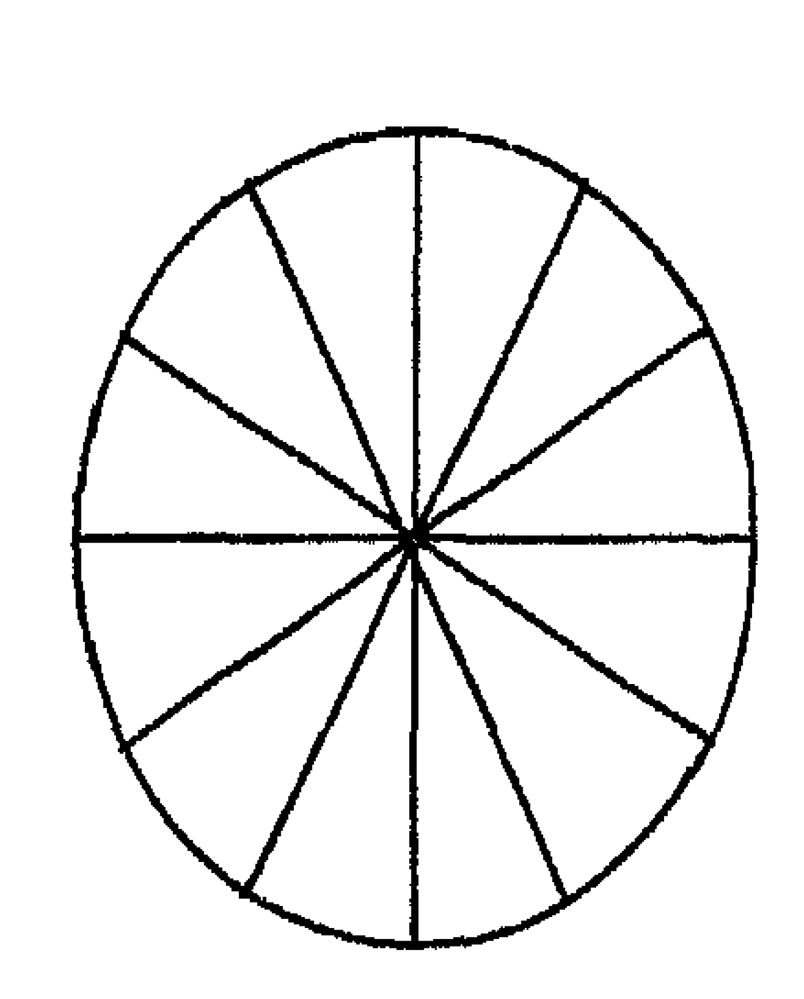
وبصيغة أخرى مساحة المعين تساوي نصف حاصل ضرب قطريه.

مثال(6): طريقة تعليم مساحة الدائرة:

لتعليم مساحة الدائرة لابد للمعلم من مناقشة طلبته في مفهوم الدائرة كشكل هندسي، وطريقة رسمها بدقة، ثم مفهوم النسبة التقريبية وقيمتها.

- يطلب بعد ذلك من كل طالب رسم دائرة على ورق مقوى، ويرسم قطرين متعامدين لهذه الدائرة.
- يطلب تقسيم كل ربع من أرباع الدائرة إلى ثلاث مناطق متطابقة.
- يطلب المعلم تلوين منطقة بعد أخرى.
- يطلب من الطلبة قص المناطق الناتجة ويرتبها كما هو مبين في الشكل التالي:





- يوجد المعلم طلبته إلى أن الشكل الناتج إلى حد كبير هو متوازي أضلاع ويناقشهم في كيفية إيجاد مساحة متوازي الأضلاع.
- يطلب من الطلبة تحديد ماذا تساوي قاعدة متوازي الأضلاع، وماذا يساوي ارتفاعه.
- يتوصل مع الطلبة إلى أن:

مساحة متوازي الأضلاع = القاعدة × الارتفاع.

= نصف محيط الدائرة × نصف قطرها.

وبذلك تكون:

المساحة = نصف × 2 ط نق × نق = ط $نق^2$

- يطلب من طلبته حل تدريبات الكتاب وذلك لتثبيت القاعدة وتوظيفها بشكل سليم.

مثال(7): طريقة تعليم العلاقة بين الأشكال الهندسية:

يبدأ المعلم تعلميه لهذا الموضوع في صورة مشكلة أو سؤال يطرحه على طلبته: هل ترتبط الأشكال الهندسية بعلاقات فيما بينها؟ وما نوع العلاقة؟

ويمهد للموضوع بالأسئلة التالية:

- هل التفاح فاكهة؟ أي هل هو حالة خاصة من الفواكه؟
- هل القمح نبات؟ أي هل هو حالة خاصة من النبات؟
- هل الحديد معدن؟ أي هل هو حالة خاصة من المعادن؟
- هل المستطيل شكل رباعي؟
- هل المربع شكل رباعي؟
- يقوم كل طالب رسم الاشكال الآتية (متوازي أضلاع، مستطيل، معين، مربع)

يناقش المعلم الطلبة في تعريف كل شكل منها، ومن المناقشة يتوصل إلى كتابة خصائص كل شكل كما في الجدول الآتي:

الخاصة	متوازي الأضلاع	المستطيل	المعين	المربع
تساوي الأضلاع المتقابلة	✓	✓	✓	✓
تساوي الزوايا المتقابلة	✓	✓	✓	✓
تساوي جميع الأضلاع	×	×	✓	✓
تساوي جميع الزوايا	×	✓	×	✓
تساوي القطرين	×	✓	×	✓
تعامد القطرين	×	×	✓	✓

يطلب من الطلبة إكمال ما يلي:

- اكتب جميع الخصائص التي تتوافر في المستطيل ولا تتوافر في متوازي الأضلاع.
- أكتب جميع الخصائص التي تتوافر في المعين ولا تتوافر في متوازي الأضلاع.

- اكتب جميع الخصائص التي تتوافر في المربع ولا تتوافر في متوازي الأضلاع.
- أكتب جميع الخصائص التي تتوافر في المربع ولا تتوافر في المستطيل.
- أكتب جميع الخصائص التي تتوافر في المربع ولا تتوافر في المعين.

ثم يناقشهم فيما يلي:

أي العبارات الآتية صحيح؟

- المربع حالة خاصة من المستطيل.
- المستطيل حالة خاصة من المعين.
- المعين حالة خاصة من متوازي المستطيلات.

ثم يطلب منهم ترتيب الأشكال الهندسية الآتية: (المعين، المربع، المستطيل، متوازي الأضلاع، الشكل الرباعي) حسب علاقة (حالة خاصة من)

يطلب المعلم الإجابة عن الأسئلة الآتية:

- ما العلاقة بين المربع والمستطيل؟ هل يمكن أن نعد المربع مستطيلاً؟ لماذا؟
- ما العلاقة بين المربع والمعين؟ هل يمكن أن نعد المربع معيناً؟ لماذا؟

تدريس القياس:

القياس هو عملية منظمة يتم بواسطتها تحديد كمية أو مقدار ما يوجد في الشيء من الخاصية أو الصفة الخاضعة للقياس بدلالة وحدة قياس مناسبة.

وهو عملية مقارنة بين خاصية شيء ما بشيء له نفس الخاصية، فمثلاً لقياس طول غرفة الصف نحتاج إلى تحديد معيار أو وحدة، ثم نحدد كم من هذه الوحدة يساوي طول غرفة الصف، فإذا كانت الوحدة هي المتر، وكان طول غرفة الصف (7) وحدات، فإننا نقول أن طول غرفة الصف يساوي (7) متر.

وتعتبر دراسة القياس من الأشياء المهمة في منهاج الرياضيات لأي مرحلة، وذلك لفائدتها العملية وشيوعها في مختلف جوانب الحياة، وقد نادت معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM 2000) بزيادة الاهتمام في تدريس القياس للطلبة، وتضمينه في مناهج الرياضيات لصفوف المرحلة الأساسية الدنيا، حتى يتمكن الطلبة من فهم خصائص الأجسام المقابلة للقياس وكذلك فهم وحدات وأنظمة وعمليات القياس، ويتم ذلك من خلال:

أ- التعرف على خصائص الطول، والحجم، والوزن، والمساحة، والوقت.

ب-مقارنة وترتيب الأجسام وفقاً لهذه الخصائص.

ت-فهم كيفية القياس باستخدام الوحدات المعيارية وغير المعيارية.

ث-اختيار الوحدة والأداة المناسبة للمقاييس التي يجري قياسها.

ويمكن تدريس مفهوم القياس ومهارات القياس على مراحل (عبيد، 2004)، وهذه المراحل هي:

1-القياس المقارن المباشر:

ويستخدم للمقارنة بين شيئين من خلال التعرف على أي من الشيئين له خاصية أكبر أو أقل من الآخر.

ويشمل هذا النوع من القياس ومهارة ترتيب مجموعة من الأشياء حسب الطول أو المساحة أو الوزن أو السعة.

ومن الأمثلة على القياس المقارن المباشر:

- المقارنة بين طولي طالبين واقفين بجوار بعضهما.
- المقارنة بين مساحتي ورقتين إحداهما من دفتر والأخرى من كتاب.
- المقارنة بين وزني حقيبتين باستخدام الميزان ذي الكفتين.

- المقارنة بين سعتي زجاجتين من خلال تعبئة إحداهما بالماء وتفريغ الماء في الزجاجة الأخرى.

2-القياس المقارن غير المباشر:

في هذا النوع من القياس يتم قياس كل من الشيئين المطلوب المقارنة بينهما بشكل مستقل، والمقارنة بين الناتجين.

مثال: للمقارنة بين طولي طالبين باستخدام القياس المقارن غير المباشر، نبدأ بمقياس طول الطالب الأول باستخدام وحدة القياس المناسبة ونسجل الطول (140سم)، ثم نقيس طوال الطالب الثاني باستخدام نفس وحدة القياس ونسجل الطول (150 سم)، وفي النهاية نقارن بين الطولين ونقول أن الطالب الأول أطول من الطالب الثاني.

3-القياس المنفصل (غير المعياري):

ويقصد به تقسيم خاصية الشيء المقاس إلى عدد من الوحدات المتساوية بالنسبة للخاصية المقاسة، وتكون عملية القياس هي إيجاد عدد الوحدات المساوية لهذه الخاصية من خلال تكرار تطبيقها.

ومن الأمثلة على وحدات القياس المنفصل: الشبر، القدم ..

ويعتبر هذا النوع من القياس غير معياري؛ لأنه يعطي نتائج قياسات غير ثابتة عند تكرار القياس أكثر من مرة. وخاصة عندما يتغير الشخص الذي يقوم بعملية القياس.

مثال: لقياس طول المقعد الدراسي بالشبر، نبدأ من طرف المقعد الدراسي، ونقوم بعملية عد الأشبار التي تغطي طول المقعد، فيكون طول المقعد بالأشبار هو العد الذي تم الحصول عليه.

ولكن إذا قام المعلم بقياس طول المقعد بالشبر، ثم قام طالب بقياس طول المقعد نفسه بالشبر فإن النتيجتين ستختلفان. وذلك بسبب اختلاف المعيار المستخدم في الحالتين وهو الشبر، حيث يختلف طول شبر المعلم عن طول شبر الطالب.

4-القياس المقنن (المعياري):

وفي هذا النوع من القياس نستخدم وحدات معيارية ثابتة ومحددة. بحيث لا تتغير فيها نتيجة القياس مهما كان الشخص الذي يقوم بعملية القياس. وتعتبر هذه الوحدات عالمية مقننة معروفة وشائعة وتستخدم في كل مكان.

ومن الأمثلة على وحدات القياس المعياري: المتر للأطوال، الكيلو غرام للوزن، اللتر للسعة، اليوم للزمن.

ويحتوي منهاج الرياضيات لصفوف المرحلة الأساسية الدنيا على العديد من وحجات القياس المعيارية وغير المعيارية، وتحتاج هذه الموضوعات من المعلم أن يتعامل معها ويدرسها للطلبة باستخدام الأشياء الحسية وشبه الحسية. حتى يسهل على الطلبة فهم تلك المفاهيم المتعلقة بالمقياس وأدوات القياس.

ويمكن للمعلم أن يدرس الطلبة الموضوعات المتعلقة بالقياس بطريقة فاعلة من خلال تحويل غرفة الصف إلى مختبر للقياس أثناء تدريس تلك الموضوعات، بحيث يقوم الطالب أو مجموعة الطلبة بقياس الأشياء داخل غرفة الصف باستخدام وحدات القياس المعيارية وغير المعيارية.

وتتطور المفاهيم المتعلقة بالقياس في مناهج الرياضيات لصفوف المرحلة الأساسية الدنيا حسب مستوى الصف. فالطالب يتعرض في الصف الأول في بعض الوحدات المعيارية في النقود مثل (قرش، خمسة قروش، عشرة قروش)، وفي الصف الثاني يتعرف على الوحدات المعيارية (الدينار) وهذا مرتبط بمفاهيم الأعداد التي يحتويها المنهاج. فالطالب في الصف الأول لا يمكن أن تقدم له وحدة بالدينار لأن مفهوم العدد مئة والذي يبين العلاقة بين الدينار والقرش (الدينار = 100 قرش)،

ليس من ضمن محتوى منهاج الرياضيات للصف الأول، حيث يتعرف الطالب على العدد 99 بصفته أكبر الأعداد التي يتعرض لها الطالب في الصف الأول.

وينطبق نفس الشيء على وحدات الطول، حيث يتم تقديم المتر والسنتمتر لطلبة الصف الثاني (المتر = 100 سنتمتر)، ثم يقدم لهم في الصف الثالث مفهوم الكيلو متر بعد أن يتعرفوا على مفهوم العدد (1000)، مما يسهل على الطلبة فهم العلاقة بين المتر والكيلو متر (الكيلو متر = 1000 متر).

ونظراً للمشكلات التي تعترض لتعلم وتعليم **مفاهيم الوزن والوقت والسعة، فإنه ينصح بإتباع الإرشادات التالية عند تعليم هذه المفاهيم:**

أ- مفهوم الوزن:

يمر تعليم الزمن ووحداته بعدة مراحل هي:

1- مقارنة أوزان مجموعة أزواج من الأجسام من نفس النوع عن طريق حملها شريطة أن يتناسب حجوم الأجسام مع أوزانها، كأن يختار قطعتين من الحديد، وقطعتين من الخشب ويطلب المعلم من طلابه أن يُحدد الطالب أي الجسمين هو الأثقل وأيهما الأخف في كل مرة.

2- مقارنة أوزان مجموعة أزواج من الأجسام مختلفة النوع، مثل قطعة من الحديد وقطعة خشب، ويطلب المعلم من طلابه مرة أخرى أن يُحدد الطالب أي الجسمين هو الأثقل وأيهما الأخف في كل مرة.

3- مقارنة أشياء من النوع نفسه ولكن تتكون من وحدات متعددة مثل ثلاث علب حمص هي أخف من خمس علب حمص، وعشرة دفاتر أثقل من خمسة دفاتر من النوع نفسه.

4- مقارنة أشياء متماثلة النوع ولكن أوزانها مختلفة، مثل كتاب الرياضيات أثقل من كتاب التربية الوطنية.

5- إتاحة الفرصة لعمل مقارنات باستخدام الميزان العادي وعليه مجموعة العيارات الوزنية كأن يطلب من الطالب وضع علبتي جبنة في الكفة الأولى وثلاث علب جبنة أخرى من نفس النوع والوزن السابقة في الكفة الثانية، وعندها يلاحظ أن الشيء الأثقل يظهر في الكفة المنخفضة للأسفل.

6- تقديم وحدات قياس الوزن للطلاب من الكيلو غرام والرطل وإتاحة الفرصة للطلاب الأثقل يظهر في الكفة المنخفضة للأسفل.

ب- مفهوم السعة:

تبدأ الإشارة إلى مفهوم السعة ووحدات القياس المتعلقة به بالظهور في مناهج الرياضيات في الصفوف الأساسية المتوسطة، وأهم ما يجب أن يدركه المعلم في المرحلة الأساسية الأولى أنه عند تقديم أي نشاط يتعلق بالسعة كأن يحضر المعلم إلى غرفة الصف ثلاثة كؤوس زجاجية مختلفة الأحجام وإبريق من الماء وكأس سعته لتر واحد. وبعدها يقوم بما يلي:

1- أن يختار كأسين مختلفي الحجم، ويطلب من أحد الطلاب أن يملأ الكأسين بالماء.

2- أن يطلب من طالب آخر أن يقارن بين سعتي الكأسين اللذان تم ملؤهما بالماء باستخدام كاس ثالث.

3- تحديد عدد المرات التي يحويها كأس ما من كأس آخر أصغر منه سعة.

4- يطلب من أحد الطلاب أن يقيس سعة إبريق الماء بوحدات للسعة مثل اللتر عن طريق تحديد عدد المرات التي تم فيها سكب الماء في الإبريق م الكأس الذي سعته لتر واحد.

ج-مفهوم الزمن:

تبدأ الإشارة لمفهوم الزمن في مناهج الرياضيات في الصف الأول الأساسي عند الحديث عن أيام الأسبوع وفي الصف الثاني التعرف على الساعة لوحدة القياس

الزمن وقراءة الساعة لأقرب ربع ساعة وهكذا وكما أوضحنا سابقاً فإن مفهوم الزمن من المفاهيم الصعبة بالنسبة للطلاب لأنه يستند على التفكير المجرد والتفكير المنطقي.

لذا يفضل عند تقديم مفهوم الزمن للطلاب مراعاة التسلسل الآتي:

- تحديد وقت وقوع حادث بالنسبة لحادث آخر، مثلاً يذهب الطفل إلى المدرسة صباحاً، ويعود إلى البيت بعد الظهر أي الصباح قبل الظهر.
- أن يربط الطفل الأحداث التي تمر عليه يومياً باليوم وغداً والبارحة والأمس مثلاً اليوم عندنا حصة موسيقى، وغداً عندنا حصة سباحة، والبارحة ذهبنا إلى حديقة الحيوان.
- أن يتعرف الطفل على برنامجه المدرس الأسبوعي، وندربه على عد أيام الأسبوع وبالتتالي.
- أن يتعرف على الفصول الأربعة في السنة وبالترتيب.
- أن يحدد عدد الأيام بين تاريخين محددين كأن نقول له ما عدد الأيام بين الاثنين والجمعة.
- أن يقرأ الساعة بالأنصاف والأرباع وأخيراً بالدقيقة.
- أن يدرك العلاقة بين اليوم والساعة والدقيقة.

تدريس الكسور:

يتم تقديم مفهوم الكسر للطلبة من خلال عرض نماذج حسية وشبه حسية لأشياء يمكن تقسيمها إلى أجزاء متساوية، أو مجموعة تنقسم إلى مجموعات جزئية متساوية.

مفهوم الكسر (نصف):

لتدريس الكسر (نصف) يمكن إتباع الخطوات التالية:

1- نعرض أمام الطلبة ورقة

على شكل مستطيل ونقسم الورقة

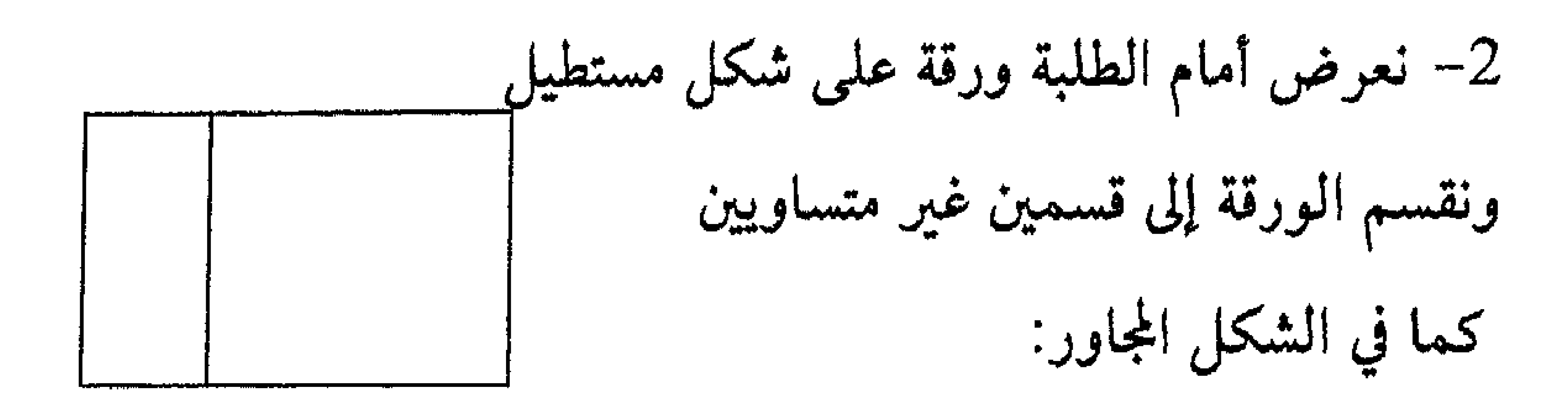
إلى قسمين متساويين كما في الشكل المجاور.

ونبين للطلبة أن كل قسم من الورقة يمثل نصف الورقة

2- نعرض أمام الطلبة ورقة على شكل مستطيل

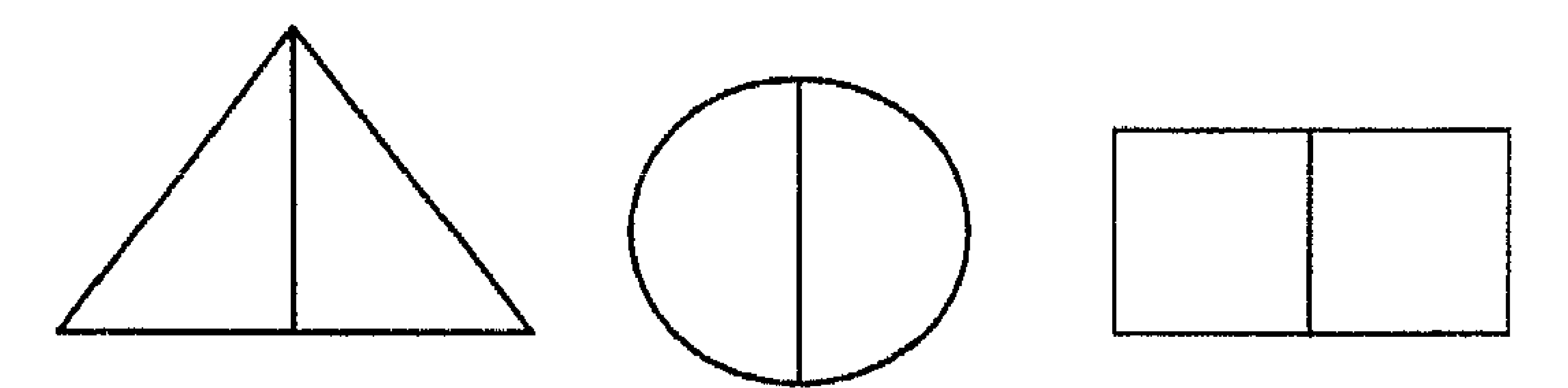
ونقسم الورقة إلى قسمين غير متساويين

كما في الشكل المجاور:



ونبين للطلبة أن كل قسم من الورقة لا يمثل نصف الورقة.

3- نعرض على الطلبة مجموعة من أشكال تمثل الكسر (نصف) ، كما في الأشكال التالية:



4- نبين للطلبة أن كلمة (نصف) يمكن كتابتها على الصورة 2/1

مجموعة تحتوي على عنصرين (قلمين مثلاً) وتوضيح أن المجموعة الجزئية التي تتكون من عنصر واحد (قلم واحد) تمثل نصف المجموعة الكلية.

5- لتقويم فهم الطلبة لمفهوم الكسر (نصف) يمكن القيام بالإجراءات التالية:

أ- عرض عدد من الأشكال والطلب من الطلبة تظليل نصف الشكل.

ب-عرض عدد من المجموعات الثنائية والطلب من الطلبة حصر مجموعة جزئية تمثل نصف المجموعة الكلية.

ت-الطلب من الطلبة رسم أشكال وقسمتها إلى قسمين وتظليل الجزء الذي يمثل النصف.

وبنفس الطريقة يمكن تقديم مفهوم الكسور الأخرى مثل:

$$\frac{1}{3} \qquad \frac{1}{4} \qquad \frac{2}{3}$$

وتعتبر ممارسة عمليات تقسيم الأشكال أو الأشياء إلى أجزاء متساوية من العمليات المهمة التي تؤدي إلى إدراك الطلاب لجوانب متعددة (أبو العباس والعطروني، 1986) تؤدي إلى فهم الكسور، ومن هذه الجوانب:

1- عمليتا فصل الأجزاء عن بعضها وإعادة تجميعها تؤديان إلى إدراك الطفل لمفهوم (الاحتفاظ بالكل).

2- اعتبار كل جزء من الأجزاء الناتجة عن قسمة الشيء الصحيح شيئاً صحيحاً بحد ذاته، وقابلاً للتقسيم من جديد من أجزاء أصغر.

3- الإشارة إلى أن الكسر ناتج عن تقسيم شيء صحيح إلى أجزاء متساوية، والكسر.

الكسور العادية والعمليات عليها وأساليب تدريسها:

الكسر هو عدد نسبي يرتبط به مزدوج من الأعداد الصحيحة هما بسط الكسر ومقامه.

من الأمثلة على الكسور: $\frac{2}{3}$ ، $\frac{4}{5}$ ، $\frac{5}{8}$ ، $\frac{7}{9}$

فلو أخذنا الكسر $\frac{2}{3}$ مثلاً فإن بسط هذا الكسر هو 2، ومقامه 3 أما الكسر $\frac{4}{5}$ فإن بسطه هو 4، ومقامه هو 5، .... وهكذا

بصورة عامة فإن بسط الكسر $\frac{أ}{ب}$ ،بحيث أن ب = 0 هو أ، مقامه هـو ب، أما الخط الذي يفصل بين أ، ب فيسمى خط الكسر، ومن الجـدير بالـذكر أن العـرب هم أول من أدخل خط الكسر، ومن الجدير بالذكر أن العرب هم أول من أدخل خط الكسر واستخدامه عندما نقلوا الكسور عن الهنود الذين كـانوا يكتبـون الكسـر هـذا دون أن يكتبوا خط الكسر. $\frac{أ}{ب}$

يدل مفهوم الكسر على معاني عديدة منها:

* يدل على عدد الأجزاء المأخوذة مـن الأجـزاء المتسـاوية الـتي قسـم إليهـا الواحـد الصحيح، فمثلاً الكسر $\frac{3}{4}$ (ثلاثة أرباع) يعبر عن ثلاثة أجزاء متساوية، أخذنا من 1 صحيح قسم إلى 4 أجزاء متساوية.

* يدل على وحدة أو أكثر من مجموعة متساوية الوحـدات. فمـثلاً إذا كـان لـدينا 4 دنانير فإن 3 دفاتر منها تكون $\frac{3}{4}$ الـدفاتر جميعهـا بينمـا الـدفتر البـاقي فيكـون $\frac{1}{4}$ الدفاتر جميعها.

* يدل على نسبة من مقدارين، كأن نقول أن نسبة ما مـع أحمـد إلى مـا مـع ناصـر = $\frac{3}{4}$ عندنا يكون مع أحمد 3 دنانير ، و ما مع ناصر 4 دنانير.

وتسمى الكسور التي بسطها أصغر من مقامها كسوراً حقيقيـة، أمـا الكسـور التي بسطها أكبر أو يساوي مقامها فتسمى كسوراً غير حقيقية.

فالكسور $\frac{2}{3}$ ، $\frac{4}{5}$ ، $\frac{5}{8}$ ، $\frac{7}{9}$ كلها كسور حقيقية،

بينما الكسور $\frac{5}{3}$ ، $\frac{12}{5}$ ، $\frac{10}{8}$ ، $\frac{15}{9}$ كسور غير حقيقية

الكسر غير الحقيقي يمكن كتابته على شكل عدد صحيح وكسر، وعندها يسمى عدداً كسرياً، فمثلاً الكسر غير الحقيقي $\frac{9}{4}$ يساوي العدد الكسري $2\frac{1}{4}$

عند تدريس الكسور للأطفال يمكن للمعلم أن يقوم فيما يلي:

1- إحضار بعض الأشياء المحسوسة أو شبه المحسوس مثل قطع من الورق المقوى المنتظم الشكل وطيه حول خط أو خطوط التماثل وتقطيعه إلى أقسام متساوية، أحياناً وغير متساوية أحياناً أخرى.

2- إعداد بعض الرسومات لأشكال هندسية مثل الدائرة، المربع، المستطيل وغيرها وتقسيمها إلى أقسام متساوية والطلب من الطلاب تكوين جزء أو أكثر من هذه الأجزاء وتوجه بعض الأسئلة الهادفة اليهم فمثلاً عند تدريس مفهوم الكسر $\frac{1}{2}$.

يُمكن أن نطوي مستطيل حول خط التماثل بحيث ينقسم إلى قسمين متساويين ثم نسأل الطلاب:

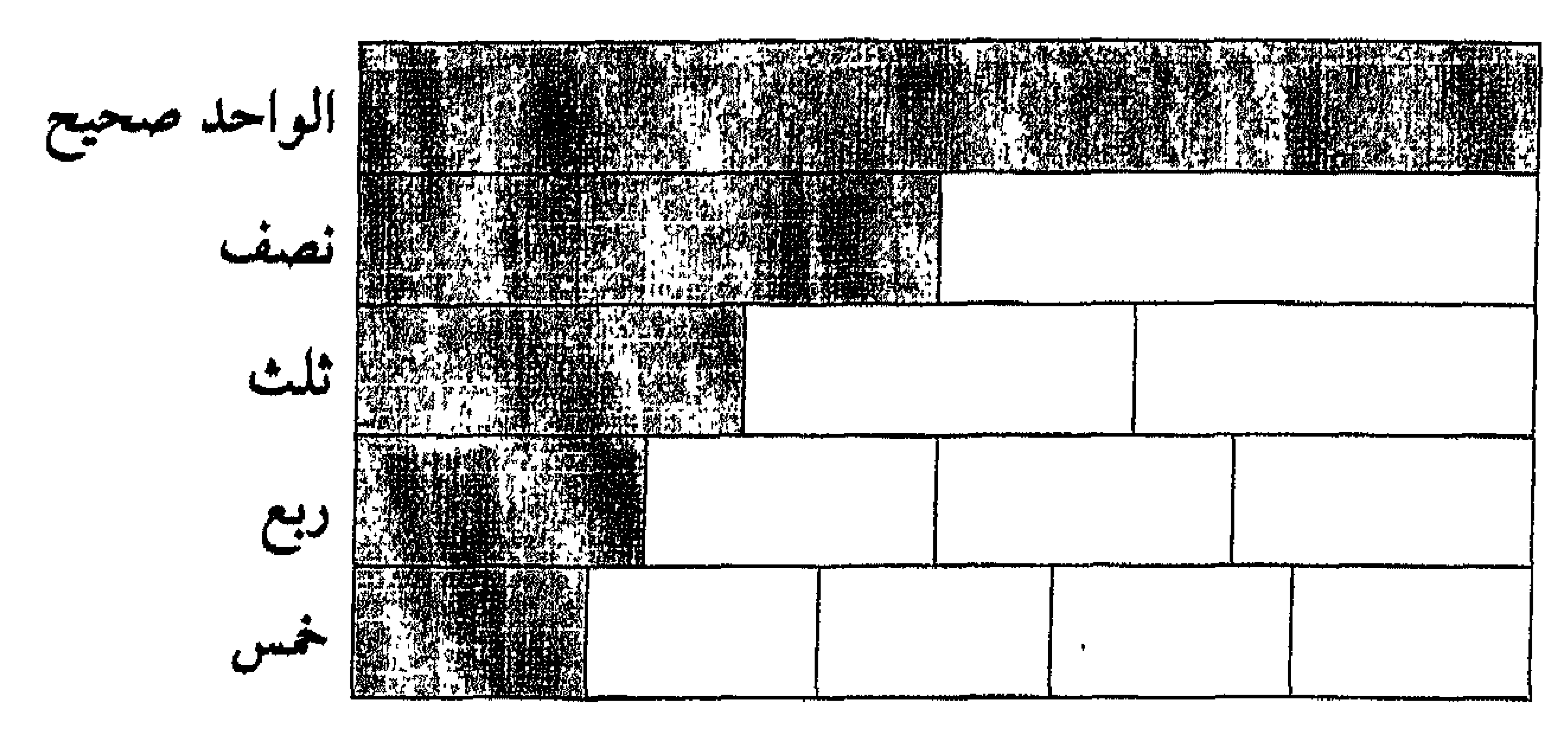
ماذا فعلنا بالورق؟

أي القسمين أكبر؟ هل القسمان متساويان؟

ماذا يسمى كل قسم.

مع ملاحظة أنه إذا لم يعرف الطلاب الجواب على المعلم أن يتدخل ويعطي الإجابة الصحيحة.

ومن الأشكال التي تساعد الطلاب على اكتشاف على مفهوم الكسور وتعميق هذا المفهوم وعقد مقارنات بين الكسور واكتشاف علاقات بينهما، يسمى بلوحات الكسور، فمثلاً اللوحة.



هذه اللوحة تمكن الطلاب من اكتشاف حقائق عديدة منها على سبيل المثال:

- نصف أكبر من ثلث.
- ثلث أكبر من ربع.
- ثلاثة أثلاث = واحد صحيح.
- ربعان = نصف

أما المرحلة الثانية في تعليم الأطفال الكسور فهي أن يتعلم الطفل قراءة الكسر وكتابته، وهنا يمكن أن يعرض على الطلاب أشياء محسوسة أو شبه محسوسة معروفة الرمز الدال على الجزء المأخوذ منها فمثلاً يمكن الكسر $\frac{1}{2}$ مع قراءة هذا الكسر وكتابته من قبل الطلاب، ثم عرض ▭▭▭ ليدل على $\frac{1}{3}$ مع قراءة الكسر $\frac{1}{3}$ وكتابته.

يفضل أن نبدأ مع الأطفال بكسور مثل توضيح فكرة بسط الكسر، ومقامه، وخطه، لذا يجب أن يشرح المعلم للأطفال كيف نكتب الكسر والتركيز على مفهوم بسط الكسر، مقام الكسر، خط الكسر، وأن المقام يمثل عدد الأجزاء المتساوية التي انقسم إليها الواحد الصحيح، أما البسط فيمثل عدد الأجزاء المأخوذة من الأجزاء الكلية، وأن خط الكسر يفصل بين البسط والمقام.

العمليات على الكسور:

1) جمع الكسور العادية:

أ) نبدأ أولاً بتدريس **جمع الكسور المتشابهة** أي التي لها نفس المقام مثل $\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$ وتستخدم هنا وسائل تعليمية محسوسة لتوضيح وتثبيت وتأكيد وبناء خبرات عند الطلاب. فنقول أنه إذا وضعنا ثلثاً مع ثلث فإننا نحصل على ثلثين.

ربعاً مع ربعين فإننا نحصل على ثلاث أرباع.

خُمسين مع خُمس فإننا نحصل على ثلاثة أخماس.

ونوضح كل ذلك بسوائل كأن نستخدم مستطيل مقسم إلى أقسام متساوية بحسب العبارة التي نقولها. ونكرر بوسيلة أخرى مثل قرص دائري أو مربع.

ب) جمع الكسور المختلفة:

عند جمع الكسور المختلفة يجب تحويلها إلى كسور أو لوحات الكسور.

فمثلاً:

1) $\frac{5}{6} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$

2) $\frac{7}{12} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

3) $\frac{17}{12} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{3}{4} + \frac{2}{3}$

وهنا لابد أن نذكر للطلاب كيف نجد المضاعف المشترك الأصغر من الأعداد الصحيحة.

2) طرح الكسور:

إن تدريس طرح الكسور يكون سهلاً مع المعلم إذا استوعب الطلاب عملية جمع الكسور، وتدريسها يتم بنفس خطوات جمع الكسور.

3) ضرب الكسور:

من المعلوم أن حاصل ضرب كسرين هو كسر آخر بسطه يساوي حاصل ضرب بسطي الكسرين ومقامه يساوي حاصل ضرب مقامي الكسرين أنه إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{ج}}{\text{د}}$ كسران حيث ب، د = 0 فإن:

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ج}}{\text{د}} = \frac{\text{أ}\times\text{ج}}{\text{ب}\times\text{د}}$$

مثال:

1) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1\times1}{3\times2} = \frac{1}{6}$

2) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1\times1}{3\times4} = \frac{1}{12}$

3) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{3\times2}{4\times3} = \frac{17}{12}$

وعند تدريس الأطفال ضرب الكسور فإننا نحتاج إلى وسائل مثل المربعات والمستطيلات والدوائر لتوضيح فكرة الضرب.

مثال:

عند تدريس $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$ نوضح للطلاب بأن هذا يعني $\frac{1}{2}$ الـ $\frac{1}{5}$

لذلك نأخذ مستطيلاً يمثل الوحدة الواحدة ونقسمه إلى 5 أقسام متساوية ليكون جزء هو $\frac{1}{5}$ المستطيل، ثم نقسم كل $\frac{1}{2}$ إلى قسمين متساويين لينقسم المستطيل الواحد إلى 10 أقسام متساوية وهنا نلفت انتباه الطلاب أن

$$\frac{1}{5} \text{ صار } \frac{2}{10} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

أي أن $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$

ونستمر مع الطلاب بأمثلة أخرى مشابهة ليتوصل الطلاب إلى قاعدة ضرب كسر في كسر المذكورة أعلاه، مع ملاحظة أن الأمثلة يجب أن تكون متنوعة بحيث تحوي كسوراً بسطها غير العدد 1. $\frac{1}{5}$

الكسور العشرية والعمليات عليها وأساليب تدريسها:

أن الكسور العشرية هي امتداد للكسور العادية وتعني بالكسور العشرية : الكسور التي يكون مقامها 10، 100، 1000، ... أي قوى 10 ولاشك أن التعامل مع الكسور العشرية أسهل من التعامل مع الكسور العادية، فإجراء العمليات الحسابية عليها أسهل من أجراء العمليات نفسها على الكسور العادية، فمثلاً +

فمثلاً $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

إذا حولت إلى كسور عشرية تكون 0.50 + 0.25 والناتج تستطيع أن تجده بسهولة.

ومن الأمثلة على الكسور العشرية: 0.4 ، 0.82 ، 0.985 ، 0.0104 وهكذا.

أما العدد العشري فهو عدد مركب من عدد صحيح وكسر عشري مثل 84.7 ، 352.01 ، 7.65 وهكذا.

إن الفاصلة العشرية (العلامة العشرية) هي التي تفصل بين الجزء الصحيح والجزء الكسري ما هي إلا استعداد لمفهوم القيمة المنزلية، فمثلاً العدد 275.416 يمكن كتابته باستخدام ال قيمة المنزلية على النحو التالي:

$$100\times2 + 10\times7 + 1\times5 \times1+ \quad \frac{1}{2} \times1+ \quad \frac{1}{10} \times1+ \quad \frac{1}{100} \times6+ \quad \frac{1}{1000}$$

يوضح ذلك بالشكل:

أجزاء من ألف	أجزاء من مئة	أجزاء من عشرة	آحاد	عشرات	مئات
6	1	4	4	7	2

سؤال: أكتب العدد 35.01234 كما في المثال السابق يمكن أن نستخدم خط الأعداد لتوضيح الكسر العشري:

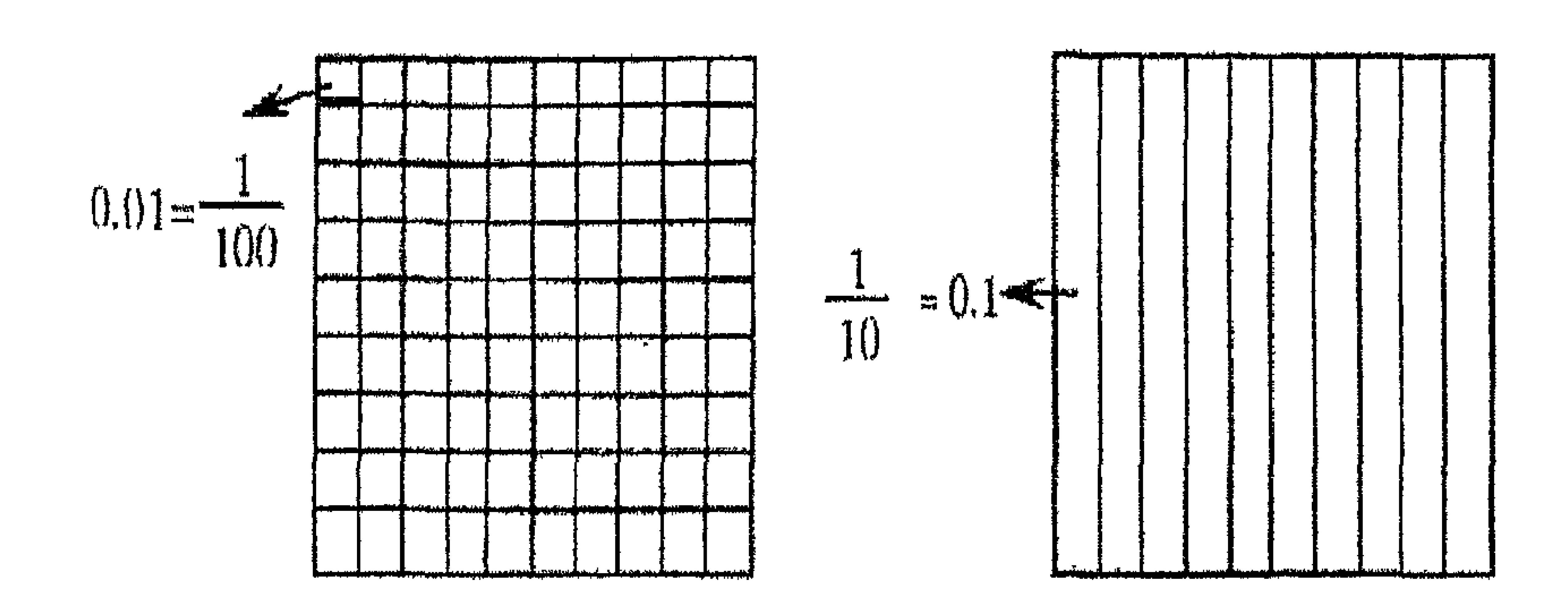
0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1 1.1 1.2 1.3 1.4

$0 \quad \frac{1}{10} \quad \frac{2}{10} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{4}{10} \quad \frac{5}{10} \quad \frac{6}{10} \quad \frac{7}{10} \quad \frac{8}{10} \quad \frac{9}{10} \quad 1 \quad 1\frac{1}{10} \quad 1\frac{2}{10} \quad 1\frac{3}{10} \quad 1\frac{4}{10}$

كما يمكننا أن نستخدم الأشكال البيانية، وهي لوحة مرسوم عليها مربع كبير مقسم إلى أجزاء متساوية كما يكون مقسم إلى 10 أجزاء فقط

ليمثل القسم الواحد الكسر 0.01 = $\frac{1}{100}$

أو إلى 100 مربع صغير ليمثل كل مربع صغير 0.01 $\frac{1}{100}$



والآن كيف ندرس قراءة الكسر العشري وكتابته؟

على المعلم أن ينبه الطلاب بأن يبدأ بأول خانة إلى يمين الفاصلة العشرية وأن يعينوا اسم لكل خانة أي:

أجزاء من عشرة، أجزاء من مئة، أجزاء من ألف، أجزاء من عشرة آلاف، أجزاء من مئة ألف، ....

ويدربهم على هذا بالعديد من الأمثلة والأسئلة كتابة وقراءة مع ذكر لكمة صحيح عند قراءة العدد الصحيح وقبل البدء بقراءة الكسر العشري مال:

0.3 تقرأ ثلاثة أعشار

3.3 تقرأ ثلاثة صحيح وثلاثة أعشار

17.42 تقرأ سبعة عشر صحيح واثنان وأربعون من مائة

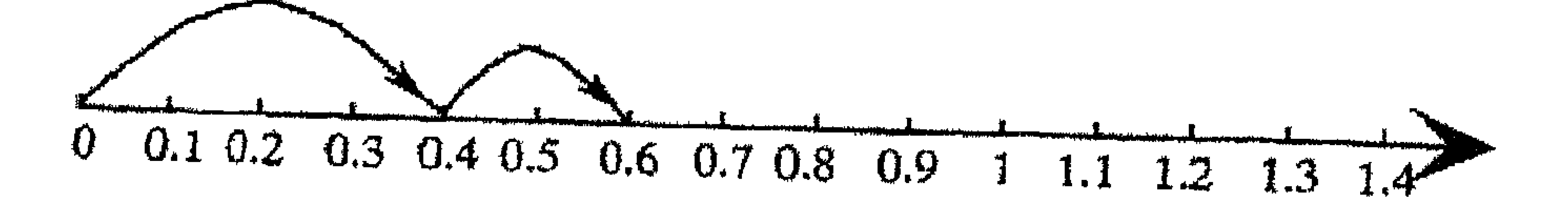
العمليات على الكسور العشرية:

1-جمع الكسور العشرية:

كما قلنا سابقاً يمكن أن نستخدم خط الأعداد أو الأشكال البيانية أو يمكننا أيضاً أن نستخدم فكرة التحويل إلى كسور عادية.

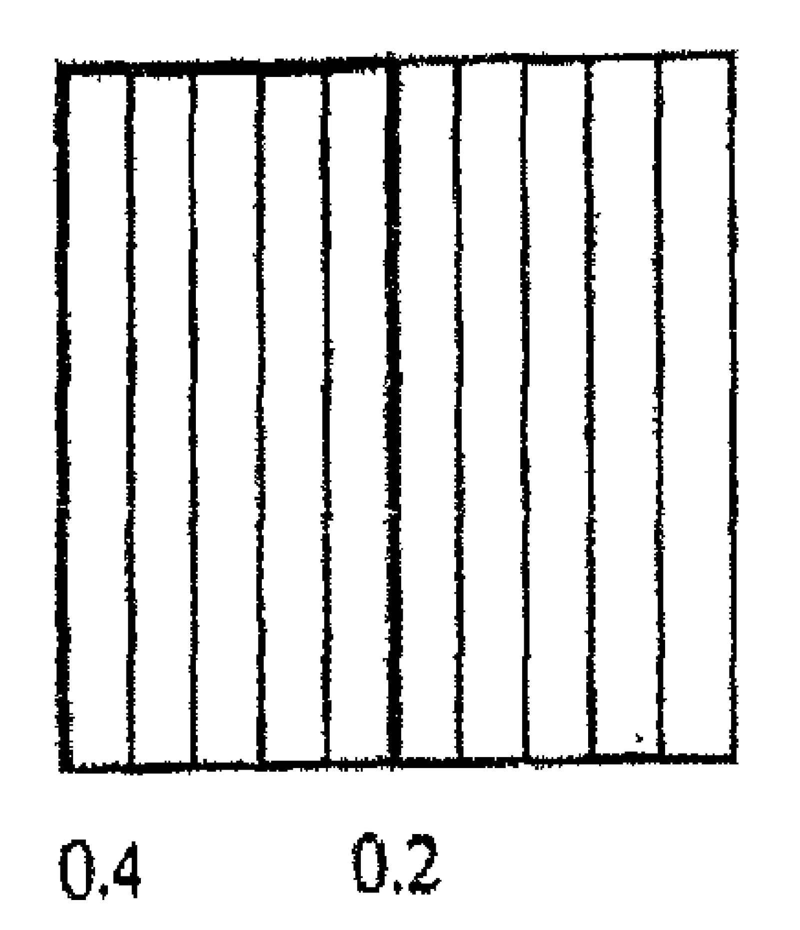
فمثلاً لايجاد ناتج جمع = 0.4 + 0.2

أ-باستخدام خط الأعداد



يكون 0.4 + 0.2 = 0.6

ب-باستخدام اللوحة البيانية: نستخدم اللوحة المقسمة إلى 10 أجزاء متساوية



0.4 0.2

ج-التحويل إلى كسور عادية

$0.4 \quad \frac{4}{10}$

$0.2 \quad \frac{2}{10}$

$0.2+0.4 \quad \frac{4}{10} + \frac{2}{10} = \frac{6}{10} = 0.6$

د-كما يمكننا أن نعلم الطلاب بإجراء عملية الجمع بشكل عمودي هكذا:

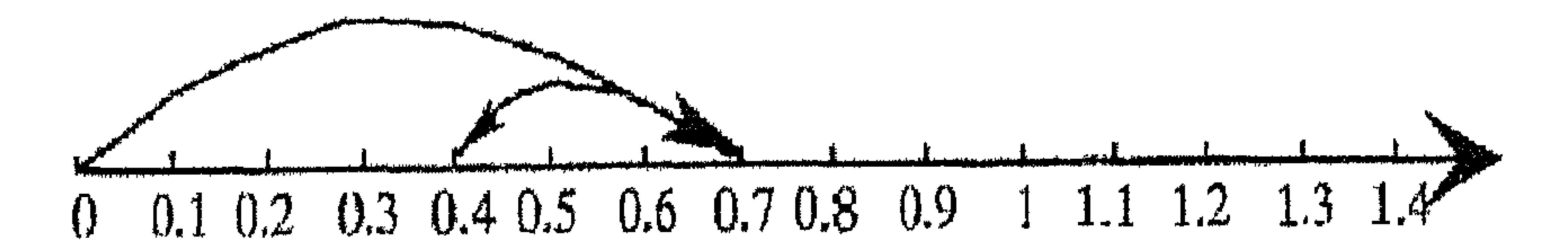
$$\begin{array}{r} 0.3 \\ 0.6+ \\ \hline 0.9 \end{array}$$

مع التنبيه والتأكيد على الطلاب بأن المنازل يجب أن ترتب تحت بعضها والفاصلة العشرية تحت الفاصلة العشرية؟

2-طرح الكسور العشرية:

إن تدريس طرح الكسور العشرية مشابه لطرق تدريس جمع الكسور العشرية مع ملاحظة أنه عند استخدام خط الأعداد فإننا نرجع إلى الوراء وليس إلى الأمم كما في عملية الجمع مثلاً 0.7 – 0.3

فبعد أن تصل إلى 0.7 ترجع إلى الوراء ثلاث أعشار ليكون الجواب 0.4



3-ضرب الكسور العشرية:

يفضل أن يعرض المدرس مع الطلاب أمثلة على النحو:

جد ناتج =

$$2.510 = \frac{2510}{1000} = 10 \times \frac{251}{1000} \quad 10\times0.251$$

ينوع في الأمثلة والأسئلة حتى يتوصل الطلاب إلى التعميم:

عند ضرب كسر عشري في قوى العدد عشرة وهي:

10، 100، 1000، 1000، 10000، .. فإن الفاصلة العشرية تتحرك إلى اليمين بمقدار عدد الأصفار في المضروب فيه.

ثم يضع أسئلة بحيث يجدوا الجواب بسرعة، وذلك باستخدام التعميم الذين توصلوا إليه مثل:

جد ناتج:

- 100×51.231
- 10×8.43
- 1000×983.0082

4-قسمة الكسور العشرية:

نبدأ مع الطلاب بتدريسهم كيف نجد قسمة كسر عشري على 10، 100 ، 1000، وذلك بأن نحول المقسوم إلى عدد صحيح بأن نضرب البسط والمقام في 10 أو في 100 .. حسب ما يلزم.

مثال: لإيجاد ناتج $2.5 \div 10 =$

$$10 \div 2.5 \quad \frac{2.5}{10} = \frac{10\times2.5}{10\times10} = \frac{25}{100} = 0.25$$

مثال: $13.65 \div 10 =$

$$= 10 \div 13.65 \quad \frac{13.65}{10} = \frac{100\times13.65}{100\times10} = \frac{1365}{1000} = 1.365$$

وهكذا وفي كل مرة ننبه الطلاب إلى أن الفاصلة العشرية تحركت كذا منزلة إلى جهة اليسار.

ويوجه الطلاب إلى استنتاج التعميم:

عند قسمة كسر عشري على أحد قوى 10، فإننا نحرك الفاصلة العشرية في الكسر العشري منازل إلى اليسار بعدد الأصفار في قوى العدد 10..

وبنفس الأسلوب يمكن للمعلم أن يطرح العديد من الأمثلة ويناقشها مع الطلاب.ويوجههم ليتوصلوا لاستنتاج القواعد التالية:

- قاعدة قسمة كسر عشري على عدد صحيح.
- قاعدة قسمة عدد صحيح على كسر عشري.
- قاعدة قسمة كسر عشري على كسر عشري.

الوحدة السادسة

التقويم والاختبارات في الرياضيات

أولاً: التقويم

مفهوم التقويم

أسس التقويم

أهمية التقويم

مستويات التقويم

أساليب التقويم

ثانياً: الاختبارات التحصيلية

مفهوم الاختبار التحصيلي

مواصفات الاختبار الجيد

أنواع الاختبارات التحصيلية

خطوات بناء الاختبار

الوحدة السادسة

التقويم والاختبارات في الرياضيات

يحتل التقويم مكانة بارزة بين مكونات العملية التعليمية، حيث تشكل عملية التقويم إحدى العمليات الحيوية في مجالات الحياة المختلفة، ويعد عنصراً هاماً من عناصر المنهاج، ويرتبط مع عناصر المنهاج ارتباطاً وثيقاً، فمن خلاله يتم تحديد مدى التقدم والنجاح في كل عنصر من العناصر، ومن خلاله يتم اتخاذ القرارات التربوية، بهدف التحسين والتطوير في العملية التعليمية.

ويعرف **التقويم** في اللغة بأنه تقدير قيمة الشيء أو الحكم على قيمته وتصحيح أو تعديل ما أعوج فيه، فإذا قال الشخص أنه قوم الشيء فمعنى ذلك ثمنه وجعل له قيمة معلومة وإذا قال قوم الغصن فمعنى ذلك إنه صححه وعدله وجعله مستقيماً (كاظم، 2001: 19).

ويعرف التقويم بأنه "عملية منظمة تجمع وتحلل المعلومات بغرض تحديد درجة تحقيق الأهداف التربوية واتخاذ القرارات بشأنها لمعالجة جوانب الضعف وتوفير النمو السليم المتكامل من خلال إعادة تنظيم البيئة التربوية وإثرائها" (الصمادي والربيع، 2004: 30).

ويعرف بأنه "عملية إصدار حكم أو إعطاء قيمة أو صناعة قرار. (Richard, 1991 :199).

ويلاحظ أن هذه التعريفات، قد اتفقت على أن التقويم هو "عملية منهجية منظمة وهادفة لجمع المعلومات حول الموضوع المراد تقويمه – أيا كان نوعه- في ضوء معايير محدده ينتج عنها حكم معين يفيد في صناعة القرار، وذلك بعد مقارنة النتائج العلمية والتي تم التوصل إليها عن طريق القياس الدقيق والموثوق مع معيار الجودة".

أسس التقويم:

لكي تتحقق الغاية من التقويم لابد من أن يقوم على أسس معينة تكون واضحة لكل من يشترك في برامج التقويم. ومن أسس التقويم التي يجمع عليها الكثيرون من رجال التربية:

1-الشمولية: ويقصد بالشمولية تغطية جميع الجوانب المراد قياسها وتقويمها، بحيث لا تكون النتائج جزئية أو متحيزة أو مضللة.

2-الاستمرارية: يجب أن يسير التقويم جنباً إلى جنب مع عملية التدريس، حيث أن التقويم يجب أن يكون ملازماً لكل خطوة من خطوات الدرس، بمعنى أن يكون في بداية الدرس وفي أثناءه وفي نهايته، ولا يكون فقط في نهاية كل شيء أو نهاية العام واستمراريته، ويوفر للمدرس القدرة على معرفة نواحي القوة والضعف أولاً بأول، ويتسنى له تنمية مواطن القوة وعلاج نواحي الضعف.

3-اعتماد التقويم على أسس علمية: أي أن يتوفر فيه صفاته التالية:

أ-الثبات: ويتمثل في الحصول على نفس النتائج عند تكرار القياس.

ب-الصدق: ويتمثل في أن تقيس أداة القياس الشيء أو الظاهرة المراد قياسها.

ج-الموضوعية: وتتمثل في عدم اختلاف نتائج التصحيح باختلاف المصحح أي عدم تأثر نتائج التقويم بالأهواء الذاتية.

4-التنوع: إن تنوع جوانب القياس تستدعي تنوع في أدوات القياس، إذ أن قياس عدة جوانب من جوانب المجال المراد قياسه تجعل من الصعب إيجاد وسيلة أو أداة واحدة تصلح لمثل هذا القياس. بمعنى أن لا يقتصر التقويم على الاختبارات فقط بل يمتد ليشمل المقابلات والاستبيان ..الخ.

5-الدقة:

على المعلم أن يُراعي الدقة في التقويم، وفي قياس مستوى الأداء عند طلابه وأن يكون دقيقاً في تحليله لنتائج التقويم، ليقف على الصعوبات التي تواجه الطلاب في تعلم الرياضيات ومحاولة علاجها.

أهمية التقويم:

تكمن أهمية التقويم في المحاور التالية:

1. المعلم: تزود نتائج التقويم المعلم بمعلومات تفيده في الحصول تغذية راجعة عن نتيجة عملية التدريس وأنشطته وإجراءاته، ويمكن تلخيص أهمية التقويم للمعلم بما يلي:
   - تعديل خطة التدريس.
   - تقويم فاعلية التدريس وأسبابه.
   - تشخيص صعوبات التعلم وتقويم الأساليب العلاجية.
   - تقويم خبرات التعلم بدلالة فاعليتها في تحقيق الأهداف.
   - توضيح أهداف التعليم وتأكيدها لدى الطلاب.
   - توجيه النشاط وتوفير الدافعية.
   - يمد المعلم بمعلومات عن مستوى تحصيل الطلبة قبل عملية التعليم وبعدها.
   - يكشف عن مدى استعداد الطلاب لتعلم موضوع جديد.
2. المتعلم: توفر نتائج التقويم للمتعلم معلومات تتصل بأدائه ومستوى الكلمة، ويمكن إيجاز المعلومات التي يفيد منها المتعلم من نتائج التقويم بما يلي:

- تشخيص مواطن القوة ونواحي الضعف عند المتعلم، فتحليل نتائج الاختبار له جوانب تشخيصية تفيد في الكشف عن مواطن القوة والضعف، ومن ثم يمكن استخدام هذه المعلومات في التخطيط لتعلم علاجي لتلافي نواحي القصور وتعزيز مواطن القوة.

- يتعرف المتعلم من نتائج التقويم على مستوى أدائه، فهو بذلك يعرف الأهداف التي حققها والتي لم يحققها، والمهارات التي أتقنها وتلك التي لم يتقنها.
- إرشاد المتعلم مهنياً وتوجيهه تربوياً، إذ يمكن الإفادة من نتائج التقويم في توفير معلوماتي لتكوين فكرة واقعية عن أوضاع الطالب، ليمكن إرشاده وتوجيهه ومساعدته على اختيار المهنة التي ينوي الدخول فيها.

3. **المواد والبرامج:** ومن المجالات التي يكون لنتائج التقويم فيها دور هام أيضاً، المؤشرات التي تتصل بتطوير المناهج، فنتائج التقويم تنطوي على معلومات قيمة تفيد مصمم المنهاج والمعلم في تعرف فاعلية المنهاج، ومدى تحقيق أهدافه، ومن هذه المؤشرات تلك التي تتصل بـ:

- التعرف على حاجات المتعلمين.
- اختيار خبرات المتعلم الأكثر فاعلية في تحقيق أهداف المنهاج.
- تعديل الأهداف أو تطوير أهداف جديدة أو اختيار الأهداف الممكنة التحقيق من بين جملة أهداف المنهاج.
- ترشيد عمليات اختيار المحتوى بطريقة تجريبية، فإذا تبين أن المحتوى يُمكن سوى عدد محدود من الطلبة في تحقيق الأهداف، عندئذ تصبح مراجعة المحتوى ضرورة، وقد ينظر المعلم نتيجة المراجعة إلى خفض مستوى المادة التعليمية، أو إعادة تنظيمها أو تطويرها أو إثرائها.

4. **الإدارة التعليمية:** تستفيد الإدارات التربوية من نتائج التقويم بطرق عدة، لأنها تزود المسئول بمعلومات تتعلق بالمتعلم والمعلم والبرامج والمواد والمناهج التعليمية، ويمكن إيجاز أهمية وفوائد نتائج التقويم للإدارة التعليمية بما يلي:

- اتخاذ القرارات الإدارية هامة تتعلق بكل عناصر منظومة التربية ومنها:

1. النقل والترفيع.
2. تحديد المتفوقين تحصيلياً.
3. ترقية الموظفين ومكافآتهم ونقلهم.
4. تنظيم أو إعادة تنظيم العلاقات الإدارية في المدرسة.

- تعديل الخطط والتوجهات التربوية في المدرسة.
- إثراء المنهج والتعليم العلاجي.
- تحديد فاعلية المواد والبرامج والإجراءات التعليمية.
- جمع المعلومات عن المتعلم والمعلم والموظفين وتوثيقها وإرسالها للجهات المختصة.

5. أولياء الأمور وغيرهم:

كما ويفيد التقويم أيضاً في الاستجابة لحاجات أولياء الأمور، والرأي العامة في معرفة نوع المردود التعليمي والتربوي التعليمية، بالمقارنة مع التكاليف التي تنفق، وبآمال الآباء وتوقعاتهم.

مستويات التقويم:

لما كانت عملية التقويم عملية مستمرة، وملازمة لعملية التعليم والتعلم، فإن المعلم يحتاج إلى أن يقوم طلابه في عدة مستويات هي:

-التقويم المبدئي والتقويم التكويني والتقويم الختامي.

وفيما يلي توضيح لهذه المستويات:

1-التقويم المبدئي القبلي:

يقصد بالتقويم المبدئي القبلي أو التشخيصي بأنه عملية تقويمة الغرض منها الكشف عن الأساس المعرفي اللازم لاكتساب خبرات جديدة، فهي تكشف عن المتطلبات السابقة لتعلم الموارد والخبرات الجديدة.

ويتضمن هذا التقويم بنشاطات تقويمية تتعلق بقدير الحاجات وتخطيط البرامج وتشخيص استعداد الطلبة للتعلم، ويستفيد المعلم من نتائج هذا التقويم في تخطيط خبرات التعلم، وتنظيمها بما يتلاءم مع حاجات الطلبة واستعداداتهم والهداف الموضوعة في المنهاج.

وقد يكشف لدى المعلم جوانب قصور عند بعض الطلبة في خبراتهم أو معلوماتهم السابقة التي يحتاجونه الاستيعاب الخبرة الجديدة، فيعتمد المعلم إلى تصميم برنامج علاجي مرحلي لهؤلاء الطلبة بما يمكنهم من البدء في الخبرة الجديدة على أسس سليمة.

2-التقويم التكويني:

يقصد بالتقويم التكويني أو المرحلي أو البنائي بأنه عملية تقويمية منهجية (منظمة) تحدث أثناء التدريس وتهدف إلى تزويد المعلم والمتعلم بتغذية راجعة لتحسين التعليم والتعلم، ومعرفة مدى تقدم التلاميذ.

ويصمم التقويم التكويني لتحسين تعلم الطالب وتحسين تدرس المعلم، وتحسين عناصر الخبرة التدريسية في تنظيمها وخطتها ومنهجيتها ووسائلها.

ويتم التقويم التكويني بطرق شتى، حيث يعمد المعلمين إلى إعطاء الطلبة تمارين صفية أو يوجه إليهم أسئلة شفوية، أو امتحانات قصيرة لا يرصد علامتها، ثم يصححها مبيناً لكل تلميذ خطأه، ومعالجة ما أخطأ فيه.

ومن وظائف التقويم التكويني أنه يسهم في زيادة دافعية التلاميذ للتعلم، ويشجعهم على دراسة المادة الدراسية أولاً بأول، ويقدم تغذية راجعة للتلاميذ لما تعلموه، وما ينبغي أن يتعلموه.

3-التقويم الختامي:

يقصد بالتقويم الختامي بأنه عملية تقويمية الغرض منها قياس ما تعلمه التلاميذ، أو ما حققوه من أهداف خلال فترة زمنية معينة، وبذلك يقصد تقدير درجاتهم وتصنيفهم أو الحكم على مدى فعالية برنامج التعليم.

وهذا التقويم يحدث بعد الانتهاء من تدريس مقرر دراسي، أو وحدة كبيرة من المقرر، ويستخدم المعلومات الناتجة من التقويم الختامي عادة لأغراض إدارية تُساعد في اتخاذ قرار بما يتعلق بمستقبل الطالب وترفيعه، وقد تستخدم نتائج التقويم الختامي لبرامج أو خطة دراسية من حيث فاعليتها وصلاحيتها أو مدى الحاجة إلى تعديلها أو تطويرها.

أساليب التقويم:

يختار المعلم في تقويم تحصيل طلابه وأدائهم أساليب متعددة ومناسبة، وذلك وفقاً للأهداف المرغوب في تحقيقها، ولكل وسيلة مزاياها وحدود استخدامها، ومن هذه الأساليب:

1-الأسئلة الصفية:

وهي مجموعة من المثيرات التي يطرحها المعلم على طلابه سواء شفاهية أو تحريرية في بداية الموقف التعليمي أو أثنائه أو في نهايته، حيث يتم إعدادها وتقديمها لإثارة دافعية الطلاب للتعلم، والكشف عن استعدادهم للتعلم الجديد أو لقياس مدى التقدم الذي يحرزه الطلاب نحو تحقق الأهداف المنشودة وقياس مدى بلوغهم لهذه النتاجات.

2-الملاحظة:

يستطيع المعلم أن يُلاحظ طلابه خلال وقت الحصة أو خلال الأنشطة المختلفة التي يقومون بها في الصف أو خارجه، فقد يعطي المعلم بعض المشكلات الرياضية لطلابه، ويطلب منهم حلها، ويقوم خلال ذلك بتسجيل ملاحظاته التي تتضمن طرق تفكيرهم، انفعالاتهم أثناء الحل اهتمامهم أو عدم اكتراثهم في الوصول إلى الحل.

3-كتابة التقارير والأبحاث:

عن مواضيع معينة من مواضيع المادة يبحث فيه الطالب ويرجع إلى مراجع أخرى غير الكتاب المدرسي ليوسع معرفته في هذا الموضوع، ويحبذ أن يناقش المعلم طلابه في هذه التقارير لتعم الاستفادة على جميع الطلبة.

4-المناقشة:

وهذا يقوم المعلم بطرح موضوع للمناقشة العامة ويناقش فيه مع طلبته، ويقدم الطلاب بإقتراحات للحل ويمكن أن تكون المناقشة فردية بين المعلم والطالب فقط، ويمكن جماعية يُشارك بها الطلبة بشكل مجموعات أو مناقشة على مستوى الصف بأكمله.

5-التعيينات الدراسية التي يتم الإجابة عنها خارج غرفة الصف:

حيث يكلف الطالب بواجبات وأنشطة، عليهم حلها والإجابة عنها باستخدام الكتب والمراجع والمصادر المنوعة، وهي أداة فعالة تنمي مهارات البحث والاستقصاء عند الطلاب.

6-الاختبارات:

تعتبر الاختبارات من أهم أدوات قياس الأهداف التعليمية وخصوصاً المعرفية، وسوف يتم عنها بالتفصيل.

وهكذا فإن استخدام أكثر من أداة في التقويم يُساعد في تكوين صورة أكثر شمولاً وصدقاً عن أداء الطالب.

الاختبارات التحصيلية:

مفهوم الاختبار التحصيلي:

تعد الاختبارات المدرسية من أهم أدوات تقويم الطلاب وأكثرها شيوعاً واستخداماً، فالاختبارات وسيلة رئيسة يستخدمها المعلمون بشكل منظم للحصول على معلومات شاملة وممثلة لجميع جوانب التحصيل أو معظمها، وهي من المهارات المستمرة الرئيسة التي يزاولها المعلم ويأمل أن يتعرف من خلالها على نجاحه في عمله أولاً، وعلى جدوى الأساليب والطرائق التي يستخدمها ثانياً، لكن ذلك يتطلب تخطيطاً جيداً لبناء الاختبارات يأخذ في الاعتبار الشمول والتمثيل الجديدين التحصيل المتوقعة عند الطالب.

والاختبار التحصيلي يتكون عادة من مجموعة من المهمات أو البنود التي يستجيب لها الطلاب، كل حسب مستوى تحصيله وقدراته، وللعلامات التي يحصل الطالب في هذه الاختبارت أهمية خاصة في التوصل إلى قرارات تتعلق بتعلمهم ومستقبلهم، وعلى أساسها تتم إجازتهم إلى صف أعلى أو مرحلة تالية، وعلى أساسها أيضاً يمكن أن يبني المعلم خطته التدريسية أو يعدلها، أو يشخص جوانب الضعف عند فئة من الطلاب ويضع خطة لمعالجتها.

مواصفات الاختبار الجيد:

يتحلى الاختبار الجيد بعدة مواصفات أساسية هي:

1- **الموضوعية**: يتمتع الاختبار بالموضوعية إذا صححه مجموعة من المعلمين كل على إنفراد وحصل الممتحن على الدرجة نفسها في كل مرة.

2- **الصدق**: يكون الاختبار صادقاً إذا كان يقيس الهدف الذي صمم من أجله، وصدق الاختبار يتمثل في دلالات موضوعية تؤكد أن الاختبار يقيس الصفة التي صمم لقياسها أو الأداء على الاختبار ذو صلة وثيقة بالقرار الذي سيبنى فيه.

3- **الثبات**: يرتبط الثبات مع الصدق للاختبار، فإن كل الاختبار صدقاً، فإنه يتسم بالثبات، ويكون الاختبار ثابت إذا أعطى نفس النتائج في كل مرة يطبق فيها الاختبار في نفس الظروف، وهناك عوامل عدة تؤثر في ثبات الاختبار منها.

- طول الاختبار: كلما زاد طول الاختبار يتجانس فقراته، وتميزه فإن درجة الثبات تزيد.
- الفروق الفردية: كلما زادت الفروق الفردية بين لطلبة وتمايزهم عن بعضهم البعض، لكما زادت درجة الثبات للاختبار، وتقل درجة الثبات للاختبار كلما كان الطلاب متقاربين في مستواهم.
- درجة الصعوبة: إذا كانت درجة الصعوبة متوسطة لكافة فقرات الاختبار، فإن درجة ثباته تكون متدنية، أما إذا كانت الفقرات متنوعة الصعوبة فإن ذلك يؤيد من تباين الطلبة، وبالتالي يزيد من درجة ثباته.

بالإضافة إلى ما سبق يقاس الثبات عادة بإعادة تطبيق الاختبار أو بطريقة الصور المتكافئة أو بتجزئة الاختبار تجزئة نصفية وإيجاد معامل الارتباط بينهما.

4- **الشمولية**: يتمتع الاختبار بصيغة الشمول إذا كانت بنوده الاختيارية تغطي جميع نقاط الموضوعات المقررة والتي يفترض أن يكون المعلم قد قام بتنظيم تعلم الطلاب لها، هذا بالإضافة إلى مراعاتها لمستويات الطلاب المختلفة.

أنواع الاختبارات التحصيلية:

يستعمل المعلم عادة أكثر من نوع من الاختبارات مثل:

أولاً: الاختبارات الشفوية: وفيها يوجه المعلم أسئلة شفوية للمفحوص، ويجيب الطلاب عليها بطريقة شفوية أيضاً.

ويستخدم عند القراءة الجهرية وإلقاء الشعر وتلاوة القرآن الكريم.

مميزاتها:

1- عنصر أساسي لتدريب التلاميذ على الحديث الشفوي.

2- تتيح فرصة للتعلم أثناء الاختبار.

3- تكرارها يؤدي إلى إزالة الرهبة في نفوس التلاميذ.

4- تجعل التلاميذ دائماً في حالة يقظة.

عيوبها:

1- صعوبة التحقيق في صف مكتظ بالتلاميذ.

2- يفتقر إلى الزمن المحدد لإجابة التلميذ.

3- يستغرق وقتاً طويلاً لإعدادها.

4- الأسئلة ذات التفكير العميق تحتاج إلى إجابات معقدة لا مكان لها في ظل استخدام الأسئلة الشفوية.

ثانياً: الاختبارت المقالية: ويطلق عليها الإنشائية أو التقليدية، وهي تعتمد على الاستجابة الحرة للمفحوص ينتجها بطريقة خاصة، ويستخدم قدرته الخاصة في انتقاء الأفكار وتنظيمها والتعبير عنها.

مميزاتها:

1- تُساعد على قياس أهداف معقدة كالابتكار والتنظيم.

2- إظهار قدرة المتعلم على كتابة عبارات مفهومة.

3- تبين قدرة المتعلم على تنظيم أفكاره.

4- تبرز قدرة المتعلم على التركيز والتميز بين الأفكار الهامة وغير الهامة.

5- تُساعد المتعلم في الدفاع عن رايه.

عيوبها:

1- محدود الأسئلة.

2- صعوبة تصحيحه.

3- الحيرة والشك في نهاية الإجابة.

4- تتسم بالذاتية.

ثالثاً: الاختبارت الأدائية:

وهي الاختبارات التي تقيس بها بعض المهارات التي لا يمكن قياسها بالاختبارت الشفوية أو الكتابية، وبذلك فهي لا تعتمد على الأداء اللغوي المعرفي للطالب بل على ما يقدمه الطلاب من أداء عملي في الواقع.

رابعاً: الاختبارت الموضوعية:

وهي من أكثر أنواع الاختبارات انتشاراً وأكثرها موضوعية ودقة في التصحيح، حيث لا تدخل في تصحيحها العوامل الذاتية للمعلم، وتغطي أكبر عدد من الأهداف والمواضيع، وتتكون هذه الاختبارات من عدة أنواع منها:

1- أسئلة الصوت والخطأ.

2- أسئلة الاختبار من متعدد.

3- أسئلة التكميل.

4- أسئلة المزاوجة.

وفيما يلي شرح موجز لهذه الأنواع:

أ-أسئلة الصواب والخطأ:

في هذه الأسئلة يقدم جملة خبرية تحتمل إجابات فقط إما صواب أو خطأ وتكون إجابة الطالب إما بنعم أو لا، وقد تكون بوضع إشارة (√) أو (×).

وتعتبر هذه الأسئلة من أكثر الاختبارات الموضوعية شيوعاً في المدارس، وربما يرجع السبب في ذلك إلى سهولة تأليفها وقدرتها على تغطية أجزاء واسعة من المقرر، كما أنها لا تحتاج إلى وقت طويل للإجابة عليها.

علا أن بعض المربين أكدوا ارتفاع نسبة التخمين فيها أو الحصول على درجات بمحض الصدفة، وانخفاض ثبات هذا النوع من الاختبارات، بالإضافة إلى أنها تشجع على الحفظ والاستظهار.

ولكتابة فقرات أسئلة الصواب والخطأ يجب مراعاة النقاط التالية:

1- أن تكون العبارة تامة الصواب أو تامة الخطأ.

2- لا تستخدم عبارات أو جمل مأخوذة حرفياً من الكتاب أصبحت مألوفة ويتعرف عليها التلميذ بسهولة.

3- العبارات التي تبدأ بأداة النفي مثل "لا" غير مرغوب فيها، لأن التلميذ قد يصاب بحيرة عند التفكير في الإجابة على العبارة.

4- يجب ألا تشتمل العبارة على أكثر من فكرة واحدة.

5- تجنب المحددات اللفظية مثل: قد، يمكن، كل، أحياناً، بعض، وربما، لأن هذه المحددات ربما ترجع احتمال كون العبارة صحيحة.

6- العبارات الطويلة غير مرغوب فيها، لأن التلميذ قد لا يستوعب الفكرة الأساسية للعبارة بسبب طول هذه العبارة.

أ-أسئلة الاختيار من متعدد:

وهي من أكثر أنواع الأسئلة استخداماً في الاختبارات الموضوعية المقننة على المستوى الجامعي، وهي يمكن أن يستخدم لقياس أهداف من مستويات مختلفة من التفكير .

ويتألف سؤال الاختيار من متعدد من سؤال أو جملة ناقصة لها أربع إجابات أو خمس. عادة يختار المفحوص إحداهما كإجابة صحيحة، ويترك بقية الإجابات.

ولكتابة أسئلة الاختيار من متعدد يجب مراعاة النقاط التالية:

1- أن تكون لغة السؤال سهلة وواضحة.

2- أن تكون البدائل متقاربة.

3- أن تكون عدد البدائل متساوي لجميع فقرات الاختبار.

4- تأكد من مقدمة السؤال تحدد بوضوح ما هو مطلوب.

5- أنقل أي كلمات مشتركة في جميع الإجابات إلى مقدمة السؤال.

6- لا تجعل الإجابات أقل من ثلاثة، ويستحسن أن تكون أربعة أو خمسة وذلك لتقليل تأثري عامل الصدفة في اختيار الإجابة الصحيحة. وفي حالة وجود أربع إجابات فإن التخمين هي (25٪) أما في حالة وجود خمس إجابات فإن نسبة التخمين تساوي (20٪) تقريباً.

7- تجنب صيغة النفي في مقدمة السؤال، واستبداله بصيغة مقابلة تحمل نفس المعنى.

8- لا تستخدم دون ضرورة عبارة "جميع ما تقدم"، أو "لا شيء مما تقدم" كاستجابة رابعة.

9- رتب الأسئلة ترتيباً منطقياً أي حسب طول الإجابات.

3-أسئلة التكميل:

وهي إما أسئلة تتطلب إجابات محددة واضحة، أو عبارات ناقصة تحتاج إلى تكملة، ويستخدم هذا النوع من الأسئلة عادة لقياس التذكر، إلا أنه يمكن استخدامها لقياس عملية عقلية أخرى كالفهم والتفسير والتحليل والتطبيق.

وتحتاج أسئلة التكميل من المفحوص أن يقوم بكتابة الإجابات، لذا يلزم أن يكون المفحوص قادراً على الكتابة، وتمتاز هذه الأسئلة بعدم التأثر بعامل التخمين.

ولكتابة أسئلة التكميل يجب مراعاة النقاط التالية:

1- يستحسن أن لا تزيد الإجابة عن كلمة واحدة أو عبارة قصيرة محددة.

2- من الضروري أن تكون الكلمة الناقصة أو المحذوفة مهمة، تؤدي لو تركت أو استبدلت على تغيير معنى الجملة.

3- أن يكون الفراغ كافياً.

4- يجب ان تكون الأسئلة ذات حجم مناسب خالية من التفاصيل غير اللازمة أو التلميحات.

5- يجب أن لا تكون مأخوذة الأسئلة حرفياً من الكتاب.

4-أسئلة المقابلة أو المزاوجة:

وفي هذا النوع من الأسئلة يتألف السؤال من قائمتين يطلب من المفحوص أن يقابل بين العبارات، بحيث يختار عبارة من مجموعة وأخرى توافقها من المجموعة الأخرى، ويستخدم هذا النوع من الأسئلة في مراحل التعليمية المختلفة، بالإضافة إلى ذلك فإنه يقس مهارات عقلية متنوعة.

خطوات بناء الاختبار:

تتمثل خطوات بناء الاختبار في النقاط التالية:

1-تحديد الغرض من الاختبار:

يهدف كل اختبار إلى قياس وظيفة محددة، فمعظم اختبارات التحصيل تقيس التحصيل في مادة دراسية أو جزء منها، ولكن بعضها قد يصمم لأغراض أخرى مثل: تشخيص جوانب الضعف عند الطلبة، أو تقويم فاعلية التدريس أو البرنامج الدراسي أو المنهاج المدرسي.

لذا على المعلم أن يُحدد في البداية الغرض من الاختبار بتحديد طبيعة مادة التعلم ومستوى الصف والفئة المستهدفة التي سيطبق عليها الاختبار، ثم تحديد من الاختبار، والكيفية التي ستستخدم بها علامات الاختبار.

2-تحديد أهداف التدريس:

تقيس الاختبارات التحصيلية النواتج التعليمية، والسلوك الذي يتوقع من الطالب أن يظهره بعد الانتهاء من تدريس موضوع معين أو مادة معينة، ولذلك على المعلم عند بناء الاختبار تحديد الأهداف التعليمية المراد تحقيقها من هذا الاختبار، والتي يجب أن تعكس بشكل صحيح نوع التعليم.

3-تحليل المحتوى:

يشكل المحتوى العنصر الأساسي عند المعلم لتحقيق أهدافه، وتحليل المحتوى يُساعد المعلم في تحقيق التوازن والشمولية، ويتم تحليل المحتوى في الرياضيات بتقسيم المحتوى إلى عناصره والمعروفة، والمفاهيم المعرفية في الرياضيات هي:

أ-المعرفة المفاهيمية: وتشمل فهم المفاهيم، وفهم العلاقات بينها، وربط العلاقات ببعضها.

ب-المعرفة الإجرائية: وتشمل معرفة الخوارزميات، والمهارات في تنفيذ إجراءات وقواعد الحل.

ج-حل المشكلات: وتشمل المسائل الكلامية غير الروتينية أو التي تحتوي على عقبة أو عائق أمام حلها، أو يتضمن تطبيق المعرفة في مواقف جديدة.

أو تقسيمه إلى المستويات التالية، تذكر، فهم، تطبيق، حل المشكلات.

4-إعداد جدول مواصفات:

جدول المواصفات عبارة عن مخطط تفصيلي نضع فيه العناوين الرئيسية للمحتوى، ونربطها بالمستويات الأهداف السلوكية وعدد الأسئلة المقترحة لكل منها

مع بيان الأهمية النسبية لكل جزء من الأجزاء، ويهدف هذا الجدول إلى ضمان توزيع عادل لتلك العينة حسب المستويات المختلفة للأهداف وعدم تركيزها على جانب من المحتوى الدراسي دون جوانبه الأخرى.

وكمثال على ذلك نفرض أن معلماً يريد عمل اختبار في مادة الإحصاء لطلابه في الوحدات الدراسية التالية: مقاييس النزعة المركزية، مقاييس التشتت، الارتباط والانحدار.

وأراد أن يكون الاختبار مكون من (40) فقرة (موضوعية أو غير موضوعية) فيجب عليه أن يقوم بما يلي:

- تحديد أهمية كل وحدة دراسية.
- تحديد الوزن النسبي لكل مستوى من مستويات الأهداف.
- تحديد النسب الداخلية لكل خلية من الجدول.

والجدول التالي يمثل توزيع أسئلة الاختبار على جوانب المحتوى ومستويات المعرفة، وفق ما حدده المعلم من أهمية نسبية للأهداف وجوانب المحتوى.

المحتوى / الأهداف		تذكر25٪	فهم30٪	تطبيق35٪	حل المشكلات15٪	مجموع الأسئلة
مقاييس النزعة المركزية	40٪	3	5	6	2	16
مقاييس التشتت	35٪	3	4	5	3	15
الارتباط والانحدار	25٪	2	3	3	1	9
مجموع الاسئلة		8	12	14	6	40

ويتم تحديد عدد الأسئلة في كل خلية من خلايا جدول المواصفات وفق المعادلة التالية:

عدد الأسئلة في كل خلية = نسبة الوحدة الدراسية × نسبة مستوى الهدف × عدد الأسئلة.

فمثلاً عدد اسئلة لقياس مهارة تطبيق المقاييس التنشيط

$$= \frac{35}{100} \times \frac{35}{100} \times \frac{40}{100} = 4{,}9 \approx 5$$

5-كتابة أسئلة الاختبار:

يعتمد المعلم في كتابته لأسئلة الاختبار على جدول المواصفات الذي يكون قد أعده مسبقاً، ويحدد نوع الاسئلة إذا كانت موضوعية أو مقالية، وقد أسلفنا سابقاً، أن أفضل نوع من الاختبارات هو الذي مزج بين الأسئلة الموضوعية والمقالية.

ويعتمد نوع الاختبار الذي سيكتبه المعلم على عدة عوامل منها:

أ-المرحلة التعليمية: التي يدرسها المعلم ففي المرحلة الأساسية الدنيا يفضل أن يكون الاختبار من النوع الموضوعي، أما في المراحل المتقدمة فيفضل أن تكون الأسئلة من النوعين الموضوعي والمقالي.

ب-عدد الأهداف الموضوعة للاختبار: كلما كثر عد الأهداف كلما كان الاختبار الموضوعي أفضل، وإذا قل عدد الأهداف يصبح الاختبار المقالي أفضل.

ج-نوع عمليات العقلية المراد اختبارها: في عمليات الفهم المعرفة يكون الاختبار الموضوعي أفضل، ولكن في عمليات التطبيق والتحليل والتركيب يكون المقالي أفضل.

6-تصحيح الاختبار وتحليل النتائج:

بعد الانتهاء من إعطاء الاختبار يتم تصحيح الاختبار، ورصد درجات للطلاب وتحليل نتائج الطلاب إحصائياً بحيث يتم تصنيف الطلبة إلى ثلاثة مستويات (طلاب متميزون، طلاب متوسطين، طلاب ضعفاء)، بناءً على نتائجهم.

7-تحليل فقرات الاختبار:

يتطلب تحليل فقرات الاختبار إعداد جدول لإجابات الطلبة عن كل فقرة من فقرات الاختبار، وهذا بدوره يتطلب تعيين عدد الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن كل فقرة (أي الذين اختاروا البديل الصحيح)، وعدد الذين اختاروا كل بديل من البدائل الأخرى، وعدد الذين تركوا الفقرة دون الإجابة عنها.

هذا يتطلب تحليل الفقرات ما يلي:

أ. ترتيب أوراق الاختبار تنازلياً أو تصاعدياً حسب العلامة الكلية على الاختبار.

ب. اختيار فئتين يميزهما الاختبار، فإذا كان عدد الطلبة قليلاً نسبياً، فإنه يمكن توزيع الطلبة إلى فئتين هما أعلى 50٪ وهي الفئة العليا، الدنيا.

أما إذا كان العدد الكلي للطلبة كبيراً فإنه يمكن اختيار أعلى 27٪ وأدنى 27٪ (ويمكن الاختيار بين 25٪ إلى 33٪)

إن تحليل فقرات الاختبار يجيب على الأسئلة الآتية، وهي المؤشرات الإحصائية لتحليل الفقرات:

- ما درجة صعوبة الفقرة أو السؤال؟
- هل تميز الفقرة بين الطلبة من ذوي التحصيل العالي والطلبة من ذوي التحصيل المتدني؟
- ما مدى فعالية البدائل وجاذبيتها؟

وسنعرض لكل من هذه المؤشرات ما يلي:

1. صعوبة الفقرة:

درجة صعوبة الفقرات (السؤال) هي نسبة الطلبة الذي أجابوا عن الفقرة إجابة صحيحة. فإذا كانت الفقرة من نوع الاختبار من بدائل، أي التي تأخذ في تصحيحها إما العلامة واحداً أو العلامة صفراً، فإذن:

$$\text{صعوبة الفقرة} = \frac{\text{عدد الإجابات الصحيحة}}{\text{مجموع عدد التلاميذ}} = \frac{\text{ص}}{\text{ن}}$$

مثال: إذا كانت عدد الإجابات الصحيحة على الفقرة = 20 إجابة، وكان عدد المتقدمين للاختبار = 50 طالباً.

فإن درجة صعوبة الفقرة = 20/ 50 = 0.40

أما إذا كانت الفقرة من النوع الذي يأخذ مدى في علامته (3 أو 4 مثلاً) ، فإن درجة صعوبة الفقرة

$$\text{صعوبة الفقرة} = \frac{\text{مجموع العلامات المحصلة على الفقرة}}{\text{النهاية العظمى للفقرة} \times \text{عدد التلاميذ}}$$

مثال: إذا كان عدد الطلبة 50 طالباً، وكانت النهاية العظمى على كل فقرة 5 علامات، وحصل الطلبة على ما مجموعه 210 علامة فإن درجة صعوبة الفقرة = 210 ÷ 5×50 = 0.84

في ضوء ما سبق إذا كانت إجابات جميع الطلبة الخاطئة فإن معامل الصعوبة يساوي صفراً، أما إذا كانت جميع إجابات الطلبة صحيحة فإن معامل الصعوبة يبلغ الواحد الصحيح؛ أي أن معامل الصعوبة يأخذ مدى بين الصفر والواحد الصحيح، بمعنى أن الأسئلة البالغة السهولة تقترب معاملات صعوباتها من الواحد الصحيح، أما الأسئلة البالغة الصعوبة فإن معاملات صعوبتها تقترب من الصفر.

2. تمييز الفقرة:

مما يمكن أن تتصف به الفقرة الجيدة هو قدرتها على التمييز بين الفئة العليا والفئة الدنيا من الطلبة. ويتم حساب درجة تمييز الفقرة (من النوع إلي أخذ الواحد

أو الصفر في علاماتها)، بمقارنة عدد الذين أجابوا عن الفقرة إجابة صحيحة من الفئة لعليا مع عدد الذين أجابوا عن الفقرة صحيحة من الفئة الدنيا، أي أن:

$$\text{معامل تمييز الفقرة} = \frac{\text{ص}_{\text{ع}} - \text{ص}_{\text{د}}}{\text{ن}}$$

حيث $\text{ص}_{\text{ع}}$ = عدد الذين أجابوا عن الفقرة إجابة صحيحة من الفئة العليا.

$\text{ص}_{\text{د}}$ = عدد الذين أجابوا عن الفقرة إجابة صحيحة من الفئة الدنيا.

ن = عدد طلبة إحدى المجموعتين.

مثال: كان عدد الطلبة من الفئة العليا الذين أجابوا عن الفقرة الثالثة من الاختبار إجابة صحيحة = 18، وعدد الذين أجابوا عن الفقرة إجابة صحيحة من الفئة الدنيا = 3، إذا كان عدد الطلبة في كل فئة = 20، فاحسب معامل تمييز الفقرة.

$$\text{معامل تمييز الفقرة} = \frac{18 - 3}{20} = \frac{15}{20} = 0.75$$

أما إذا كانت الفقرة من النوع الذي يأخذ قيمة غير الواحد الصحيح، فإن معامل تمييز الفقرة يمكن تعديله إلى ما يلي:

$$\text{معامل تمييز الفقرة} = \frac{\text{مجـ ص}_{\text{ع}} - \text{مجـ ص}_{\text{د}}}{\text{ن} \times \text{س}}$$

حيث مجـ $\text{ص}_{\text{ع}}$ = مجموع العلاقات على الفقرة من الفئة العليا.

مجـ $\text{ص}_{\text{د}}$ = مجموع العلامات على الفقرة من الفئة الدنيا.

ن = عدد طلبة إحدى المجموعتين.

س = النهاية العظمى للفقرة.

مثال: فقرة من الاختبار علاماتها 4، وكان مجموع علامات الفئة العليا من الطلبة عليها = 70، ومجموع علامات الفئة الدنيا = 20، فإذا كان عدد الطلبة في كل فئة = 20، فاحسب معامل تمييز الفقرة.

الحل:

$$\text{معامل تمييز الفقرة} = \frac{70 - 20}{4 \times 20} = \frac{50}{80} = 0.625$$

يتضح مما تقدم أن قيمة معامل التمييز قد تتراوح بين القيمتين – 1.00، + 1.00 ،هذا وتفضل الفقرات (الأسئلة) ذات معاملات التمييز الموجبة. وكلما اقترب معامل التمييز من الواحد الصحيح كما كان ذلك دلالة على تمييز أعلى. أما الفقرات ذات التمييز السالب فيوصي بتعديلها أو حذفها واستبدالها.

3. فاعلية البدائل:

تتضمن فقرات الاختيار من متعدد بديلاً واحداً يمثل الإجابة الصحيحة، أما الخيارات الأخرى فتمثل بدائل محتملة للإجابة. ويجدر بالمعلم في وضعه لهذا النوع من الفقرات أن يصوغ البدائل الجذابة، أي التي تجذب الطلبة في اختيارها بشكل متساوٍ ما أمكن، وأما البدائل التي لا تجذب الطلبة نحوها فهي تُعد بدائل غير فاعلة ويحسن الاستغناء عنها أو تعديلها.

لنبحث في المثال التالي:

مثال:

يمثل الجدول التالي أعداد إجابات الطلبة عن 4 فقرات من اختبار ما، واختياراتهم لكل بديل من بدائلها (لاحظ أن البديل الصحيح قد وضع تحته خط، وعدد الطلبة = 20)

البدائل	عدد الإجابات عن البدائل			
رقم الفقرة	أ	ب	ج	د
1	<u>14</u>	2	0	4
2	3	8	7	2
3	3	<u>12</u>	2	3
4	3	5	8	4

تأمل الجدول ولاحظ ما يلي:

- أفضل البدائل هي للسؤال الثالث: إذ تساوت أو كادت أن تتساوى أعداد الطلبة في اختيار بدائله الخطأ.
- البديل ج في السؤال الأول لم يختره أحد، وهو ما يشير إلى أنه بديل غير فاعل بتاتاً وهو ما يجدر تغييره.
- لاحظ أن الفقرة الثانية قد اتسمت بشيء من اللبس والغموض، إما في نصها أو في بدائلها، ومن ما حدى بالطلبة أن يتجهوا في اختيارهم بديلاً خاطئاً بحيث جاوز عدد من اختار البديل الخطأ من اختار منهم البديل الصحيح.

تحليل نتائج اختبار الرياضيات في المرحلة الأساسية الدنيا:

يُعد الاختبار أداة القياس الرئيسة التي يعول عليها المعلمون في تعرفهم مدى تحصيل طلبتهم وتأكدهم من مدى تحقق الأهداف التعليمية المنشودة، ويمكن للمعلم أ، يحقق ذلك عن طريق تحليل الاختبار وتحليل فقراته بإيجاد معاملات صعوبتها وتمييزها.

ونلقي الضوء فيما يلي على أبسط الطرائق وأيسرها في تحليل نتائج اختبار الرياضيات في المرحلة الأساسية الدنيا والتي يمكن للمعلم اللجوء إليها، وذلك من خلال عرضنا للمثال التالي.

مثال: صف دراسي يتكون من 20 طالباً، قدم لهم المعلم اختباراً في الرياضيات في موضوع معين، يتكون من 10 فقرات من نوع الاختيار من متعدد (أي تلك الفقرات التي تأخذ في تصحيحها العلامة1 أو العلامة صفر.

صحح المعلم الاختبار، وفرغ نتائج طلبته كما في الجدول التالي؛ حيث تناول ورقة كل طالب وكتب العلامة التي حصل عليها عن كل فقرة من فقرات الاختبار، ثم جمع هذه العلامات لكل طالب ليحصل على العلامة الكلية للطالب في الاختبار.

تأمل الجدول التالي ومما يمكن ملاحظته ما يلي:

رقم الطالب	رقم الفقرة										العلامة الكلية في الاختبار
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	7
2	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	5
3	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2
4	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	6
5	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	8
6	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	5
7	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	8
8	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	6
9	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	9
10	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	7
11	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	5
12	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	9
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
14	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	4
15	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	5
16	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	7
17	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	8
18	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	4
19	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	3
20	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	4
المجموع	17	10	14	11	7	8	7	17	13	18	122
النسبة	%85	%50	%70	%55	%35	%40	%35	%85	%65	%90	%61

- الطالب ذو الرقم 1 حصل في الاختبار على العلامة 7، وكانت إجاباته صحيحة عن الفقرات ذات الأرقام 1، 2، 3، 4، 7، 9، 10.
- الطالب ذو الرقم 9 حصل على العلامة 9، وكانت إجاباته صحيحة عدا الفقرة رقم 6 فكانت إجاباته خطأ.
- الطالب ذو الرقم 13 حصل على العلامة 10، حيث كانت إجاباته صحيحة عن جميع الفقرات.

وبعد تفريغ العلامات في الجدول تبعاً للعلامة الكلية لكل طالب وتبعاً لكل فقرة من فقرات الاختبار، يتم جمع عدد الإجابات الصحيحة عن كل فقرة وإيجاد النسبة المئوية للإجابات الصحيحة عن كل فقرة.

ويكن ملاحظة أن مجموع الإجابات الصحيحة عن الفقرة رقم 1، هو 17

لذا فالنسبة المئوية للإجابات الصحيحة= $\frac{17}{20} \times 100\% = 85\%$

وأخيراً نحسب مجموع العلامات لجميع الطلبة، وهو ما يساوي 122، وعليه

النسبة المئوية للإجابات الصحيحة لجميع الطلبة = $\frac{122}{10 \times 20} \times 100\% = 61\%$

وفي ضوء النتائج الواردة في الجدول، وما قام به المعلم من تفريغه للبيانات، يمكن للمعلم القيام بما يلي:

- أن يحدد الفقرات ذوات العلامات المتدنية، وهذا يتيح للمعلم العودة إلى الموضوعات ذات الصلة بهذه الفقرات وبيان مواطن ضعف الطلبة فيها، وإعادة تدريسها كلها أو بعضها إذا رأى ذلك ضرورياً.
- أن يُحدد أرقام الفقرات التي حصلت على علامات عالية لتعزيز موضوعاتها وإثرائها.

- أن يصنف فئات الطلبة تبعاً لعلاماتهم إلى فئات: جيدة، ومتوسطة، ومتدنية، وهذا التصنيف قد يتيح للمعلم إمكانية التعامل مع كل فئة بما يناسب مستوى الطلبة فيها؛ فالفئة دون المتوسط مثلاً يمكن للمعلم أن يزودها بتدريبات علاجية، بينما يمكن له أن يزود الفئة الجيدة بتدريبات إثرائية، وهكذا يستطيع المعلم أن يضمن مراعاة الفروق الفردية في إطار التعامل مع طلبة هذا الصف.
- أن يتعامل مع الطلبة كحالات خاصة، فيجري مقارنات بينهم، أو يوزعهم في مجموعات، لتدعيم طريقة أو أسلوب في تدريس مما يراه مناسباً.
- أن يبحث في مصداقية الفقرات، فينظر مثلاً لماذا أخفق الطالب رقم 12 في الإجابة عن الفقرة رقم 7، وهو الحاصل على مجموع 9 علامات؛ بينما أجاب عن السؤال نفسه الطالب رقم 19 وهو الحاصل على مجموع 3 علامات.
- أن يقرر فيما إذا كان معدل الامتحان (متوسطه الحسابي) مقبولاً من الناحية التربوية؛ أي فيما إذا كان مقبولاً لتحقيق الأهداف التعليمية في هذه المرحلة التعليمية أم لا.

وهكذا يمكن للمعلم الواعي أن يفيد من نتائج الاختبارات التي قام بإعدادها من خلال تحليل نتائجها كما سبق الإشارة إليه، فيعتبرها مواقف تعليمية جديرة بالاهتمام، بل مصدراً من مصادر التعلم، وأداة رئيسة في تقويم تحصيل الطلبة وتقويم سير العملية التعلمية التعليمية، واقتراح الأسلوب الملائم والطريقة المناسبة نحو الأفضل.

الوحدة السابعة

التخطيط في الرياضيات

مفهوم التخطيط

أهمية التخطيط الدراسي

مستويات التخطيط الدراسي

الخطة السنوية

الخطة الفصلية

نماذج مقترحة لخطط دراسية في الرياضيات

الوحدة السابعة

التخطيط في الرياضيات

مفهوم التخطيط:

التخطيط الدراسي هو تصور مسبق للموقف التعليمي بإجراءاته المختلفة التي يجب أن يخطط لها المعلم وينفذها في فترة زمنية معينة لضمان نجاحه فيما يخطط له. ويعتبر التخطيط الدراسي منهجاً وأسلوباً وطريقة منظمة للعمل. فهي عملية عقلية منظمة هادفة تؤدي إلى تحقيق الأهداف المخطط لها بفعالية. لذا فإن عملية التخطيط تتطلب تدريباً وقدرة وذكاء من قبل المعلم فهي عملية عقلانية تعتمد على قدرة المعلم على التصور المسبق لعناصر الموقف التعليمي. وقدرته على التخطيط لذلك الموقف. وقد تكون الخطة طويلة تشمل مقرراً كاملاً لسنة واحدة، أو فصلاً دراسياً. وقد تكون قصيرة معدة لحصة واحدة أو لأسبوع واحد.

أهمية التخطيط الدراسي:

يتساءل كثير من المعلمين عن أهمية التخطيط الدراسي ومدى فاعليته في تنظيم عملية التعليم ويتساءل أيضاً أن كان من الضروري أن يُعد المعلمون خططاً مكتوبة ماداموا يعرفون النشاطات التي سيقومون بها، وفي أذهانهم خطط غير مكتوبة يلتزمون بها أثناء قيامهم بعملية التعليم والتعلم.

للإجابة عن التساؤلات السابقة، فقد اتفق معظم المربين على ضرورة إعداد المدرس لخطط مكتوبة تبين أنشطته وأنشطة طلابه لما لهذه الخطط من فوائد كثيرة تأخذ بيد المدرس إلى تحقيق كثير من المهارات التي يجب أن يمتلكها المعلم. ومن أهم هذه الفوائد ما يلي:

1- مساعدة المعلم على تحليل المناهج والتعرف على المفاهيم والمبادئ الأساسية والمهارات والاتجاهات التي يجب أن يخطط لتحقيقها وتوصيلها للتلاميذ، كما

أنها تعطي المعلم تصوراً مسبقاً عن الأساليب والأدوات والطرق اللازمة لتحقيق الأهداف المنشودة.

2- مساعدة المعلم على التعرف على جوانب القوة والضعف في المنهاج الدراسي والتخطيط لمعالجة ذلك.

3- العمل على تحسين عملية التعليم والتعلم وجعلها أكثر فعالية وذلك باستنادها إلى التخطيط والوضوح وبعدها عن الارتجال والعشوائية وإلى توقع أسئلة التلاميذ سلفاً.

4- مساعدة المعلم على مواجهة المواقف الطارئة بثقة ومعنوية عالية.

5- تنظيم تعلم التلاميذ.

6- مساعدة المعلم على النمو المهني المستمر.

7- مساعدة المعلم على تجنب المواقف الصفية المحرجة.

8- مساعدة المعلم على تحديد الأهداف التربوية التي ينبغي تحقيقها، ولذلك تعمل على توضيح الرؤية أمامه من حيث اختيار الخبرات، والأنشطة والإجراءات التعليمية المناسبة. واختيار وسائل التقويم والتحكم في الوقت الضروري لكل نشاط تعليمي مما يساعده على تحقيق أهدافه بسهولة.

9- المساعدة على اكتساب المعلم المهارات التدريسية اللازمة له وهي:

- مهارات تحديد متطلبات التعلم (الاستعداد للتعلم)
- مهارات تحديد حاجات التلاميذ.
- مهارات تحديد الأهداف التعليمية والتدرب على صياغتها على شكل نتاجات سلوكية.
- مهارات اختيار الوسائل التعليمية.
- مهارات اختيار وتنظيم الخبرات التعليمية.

- مهارات توجيه الأسئلة وتعزيز اداءات التلاميذ.

مستويات التخطيط الدراسي:

ذكرنا أن هناك مستويات مختلفة للتخطيط، فقد يكون التخطيط لمقرر دراسي على مدارس السنة أو على مدار فصل، وقد يتخذ التخطيط فترة زمنية قصيرة لحصة واحدة أو أكثر ولذلك توجد عدة مستويات من الخطط الدراسية منها الخطة السنوية، والفصلية، واليومية.

الخطة السنوية:

وهي تصور مسبق للإجراءات التعليمية التعلمية التي سيقوم بها المعلم والتلاميذ على مدار العام الدراسي لتحقيق أهداف المنهاج لمستو دراسي معين.

عناصر الخطة السنوية:

1-الأهداف: يجب أن يحدد المعلم أهداف المقرر الدراسي الذي سيعلمه ولذلك يتوجب عليه أن يطلع على المنهاج المراد تعليمه، وأن يحلل عناصره، وعادة توضع الأهداف بشكل أهداف عامة يتم للمدرس تحقيقها بعد انتهائه من تدريس ذلك المنهاج. ويراعى عند وضع أهداف المنهاج أن تكون شاملة لجميع جوانب الخبرة، مناسبة للتلاميذ، وملائمة للبيئة التعليمية، متصلة بالنشاط التدريسي، وبالتقويم.

2-محتوى المنهاج: ويشمل عناصر الموضوعات أي الخبرات التي تؤدي إلى تحقيق الأهداف.

3- الأنشطة التعليمية:

النشاطات التعليمية الإجرائية التي يستعين بها المعلم لتسهيل المادة وتناولها بشكل داعم وبالتالي تحقيق الأهداف بفاعلية وتتضمن الأساليب التدريسية كأسلوب الاكتشاف والتعليم التعاوني....

نشاط: اختر وحدة دراسية وسجل النشاطات التعليمية التي تقترحها لتسهيل المادة.

-

-

-

4. الوسائل التعليمية:

وسائل تعليمية يستعين بها المعلم في سبيل تسهيل المدة وتناولها بشكل مناسب وهي كالأجهزة المختلفة والمواد الخام والوسائل السمعية والبصري والخرائط والرحلات والزيارات....

نشاط: اختر وحدة تعليمية في احد كتب التعليم العام المقرر حسب تخصصك واقترح وسائل تعليمية مناسبة تساعد في تدريسها.

-

-

-

5. أساليب التقويم:

التقويم إصدار الأحكام حول بلوغ الأهداف المحددة ومن أدوات القياس المستخدمة، الاختبارات بأشكالها وصحائف التقويم والتقارير...

نشاط: اختر وحدة تعليمية من كتاب مدرس حسب تخصصك وسجل لها أساليب تقويم متنوعة تؤدي لتحقيق الأهداف المنشودة.

-

-

-

6. الزمن:

يقصد به الزمن اللازم لتدريس وحدة تعليمية ممثلا بعدد الحصص وتوقيتها، ولا بد عند تحديد الزمن من مراعاة أهمية الوحدة التعليمية والثقل النسبي لمحتوياتها وبالتالي تحديد عدد الحصص اللازم والمناسب لبلوغ أهدافها المتوقعة.

7. التغذية الراجعة والتطويرية:

على المعلم بعد تنفيذ كل وحدة تعليمية أن يرصد الصعوبات والمعوقات التي واجهته في أثناء التنفيذ وملاحظة فاعلية طرائق التدريس المستخدمة بما يفيد التغذية في تطوير وتخطيط للمادة التعليمية المقررة في المرات القادمة خاصة فيما يتعلق: (الزمن ، الأنشطة ، الوسائل ، التقويم) فقد يزيد أو ينقص أو يقدم أو يؤخر.

الخطوات الإجرائية لبناء الخطة السنوية/ الفصلية

الاستعانة بالتقويم السنوي لتحديد أيام العطل الرسمية والمناسبات الدينية والوطنية والعالمية.

توقع أيام العطل المفاجئة بسبب الظروف الطبيعية.

حدد مع زملائك أيام الدوام الرسمي في الفصل الدراسي/ السنة.

حدد الأهداف العامة لكل وحدة تعليمية بالاستعانة بالكتاب المدرسي، وبدليل المعلم، وبالخطوط العريضة لمنهاج المادة التعليمية.

تحديد إمكانيات الطلاب والصف المراد تدريسه من حيث القدرات والخصائص النمائية.

التعرف على الإمكانات والتسهيلات والوسائل التعليمية المتوافرة في المدرسة.

تحديد الموضوعات التدريسية التي يمكن دمجها وربطها.

تحديد عدد الحصص اللازمة لتدريس كل وحدة تعليمية بناء على أهميتها وثقلها النسبي.

تحديد الأدوات والوسائل التعليمية المعينة لتدريس كل وحدة على حدة أو صنعها قبل التدريس.

تحديد الأساليب والنشاطات التي يمكن توظيفها لتحقيق الأهداف المنشودة بفاعلية.

نشاط: حدد إجراءات أخرى يمكن ذكرها في غير مما سبق:

-

-

-

أنموذج مقترح يوضح أجزاء خطة فصلية

الصف:........... المادة:............ العام الدراسي:......... الفصل:.......

الأسبوع	الشهر	عدد الحصص	الوحدة	المحتوى	الأهداف	الوسائل والأساليب والأنشطة	أدوات التقويم	التغذية الراجعة

ويجب أن يتضح في الخطة الأمور التالية:

أ-الفترة المنية اللازمة لتنفيذ كل وحدة من وحدات المنهاج على مدارس السنة الدراسية.

ب-المراجع: يجب أن تحتوي الخطة السنوية على قائمة بالمراجع والكتب التي ستستخدم أثناء التدريس الفعلي.

ج-الملاحظات: وهي ضرورية لتحسين التخطيط المستقبلي إذ يوضح فيها ما إذا كانت الفترة الزمنية مناسبة أو غير مناسبة، الأنشطة منتمية إلى الأهداف أو غير منتمية، الأسلوب المناسب للتلاميذ أو غير مناسب، الأهداف تحققت أم لم تتحقق إلى غير ذلك من الملاحظات الضرورية لتحسين الخطة وتطوير عملية التعلم.

إجراءات ما قبل وضع الخطة السنوية:

1- الإطلاع على كل من فلسفة التربية وأهداف التربية والتعليم في المرحلة التي يعلم فيها لإدراك العلاقة بين أهداف المساق الذي سيدرسه وأهداف المساقات الأخرى وعلاقتها بفلسفة التربية.

2- الإطلاع على المنهاج الدراسي والكتب المدرسية ذات العلاقة بالموضوع وتحليل محتوياتها للتمكن من تحديد الأهداف واختيار الخبرات والأنشطة ووسائل التقويم الضرورية لتحقيق الأهداف.

3- الوقوف على مستوى التلاميذ في المادة التي سيدرسها حتى يستطيع تقديم المنهاج حسب قدراتهم.

4- وضع تقويم مني يتم فيه تنفيذ جزء معين من المنهاج ولذلك جيب أن يكون المعلم على معرفة بالأيام الدراسية الفعلية وأيام العطل ومواعيد الامتحانات.

5- تحديد الأهداف لكل وحدة دراسية بحيث تكون مرتبطة بالأهداف العامة للتربية والتعليم.

6- اختيار الخبرات التعليمية المناسبة لتحقيق الأهداف.

7- اختيار وتحديد وسائل التقويم المناسبة.

وينبغي أن يدرك المعلمون أن الخطة السنوية ليست روتيناً، ليراها ناظر المدرسة أو الموجه التربوي ولكنها مؤشراً على مدى اهتمام المعلم وقدرته على قيامة بتحليل

محتويات المنهاج ومهارته في اختيار المواد والوسائل والأساليب وطرق التقويم المناسبة لتحقيق الأهداف حسب قدرات التلاميذ وحاجاتهم واهتماماتهم ويراعى أن تكون الخطة السنوية مرنة يسهل تعديلها إذا اقتضت الظروف.

كما أنها في توضيح المعالم الأساسية للمنهاج، وتكون دليل عمل ترشد المعلم على مدى تقدمه في تدريس المنهاج وتحقيق أهدافه، وتحديد له مدى سرعته التي سيسير فيها مع تلاميذه.

الخطة الفصلية:

هي شبيهة تماماً بالخطة السنوية من حيث المحتوى والتخطيط الدراسي ولكنها تنفذ على مدار فصل دراسي واحد.

خطة الوحدة والخطة اليومية:

وهي الخطة التي يضعها المعلم ويقوم بتنفيذها في حصة دراسية واحدة أو مجموعة من الحصص التي تكون فيما بينها وحدة متكاملة.

وتختلف الخطة اليومية عن الخطة السنوية في أن الأولى تتضمن أهدافاً تربوية يمكن تحقيقها في حصة دراسية واحدة. كما أن النشاطات والخبرات التي تشملها تكون أكثر تحديداً وتفصيلاً من تلك الموضحة بالخطة السنوية.

عند التخطيط لحصة دراسية أو وحدة دراسية ينبغي على المعلم مراعاة ما يلي:

1-دراسة وتحليل للموضوع الدراسي أو الوحدة الدراسية لتحديد المفاهيم الرئيسية والمعومات والمهارات والاتجاهات التي يتوقع أن يتعلمها التلاميذ لتحقيق الأهداف التعليمية للموضوع أو الوحدة.

2-يجب أن يطرح المعلم التساؤلات التالية:

أ-ما هي خبرات التلاميذ السابقة؟ ومنها يستطيع تحديد متطلبات التعلم الأساسية ذات العلاقة بالموضوع الجديد.

ب-ماذا يريد أن يتعلم التلميذ؟ ومن هذا السؤال تنبثق الأهداف ذات العلاقة بالخبرات التي ينوي المعلم اكتسابها لتلاميذه.

ج-كيف سيتعلم التلاميذ؟ فيحدد المعلم الطريقة والأسلوب والأنشطة المتمية للخبرات.

د-هل تعلم التلاميذ ما يريدون؟ وهنا يأتي دور التقويم في الحك معلى ذلك فيقوم بتحديد أساليب التقويم المناسبة لكل هدف تعليمي.

3-يحدد المعلم الوقت المخصص لتنفيذ كل خطوة من خطوات الخطة.

الخصائص العامة لخطة الدرس:

يتصف الدرس الجيد بما يلي:

- أن يمثل موضوعاً أو مفهوماً له عنوان محدد يشير إلى طبيعة المفهوم أو الموضوع الذي يتضمنه.
- أن يحتوي على خبرة جديدة يتعلمها التلاميذ وتكون غالباً مرتبطة بخبرات سابقة.
- أن يشبع حاجات التلاميذ واهتماماتهم وأن ينسجم مع أهداف الدرس أو الوحدة الدراسية.
- أن يكون للدرس بداية ونهاية واضحتان ومميزتان.
- أن يكون متوازناً ومناسباً من حيث الوقت المخصص له ومن حيث مستويات التلاميذ.
- أن يحتوي على أسلوب للتقويم بين مدى تقدم التلاميذ.
- يجب أن تكون الخطة اليومية أو خطة الوحدة مرنة قابلة للتعديل حسب ظروف الموقف التعليمي لما تقتضيه مصلحة التلاميذ وأهداف المنهج، مما يضفي على تعلم التلاميذ الكثير من المرونة الإيجابية.

- أن يحتوي على أنشطة ووسائل متنوعة تشوق التلاميذ وتشعرهم بأهمية ذلك الدرس لحياتهم وأهدافهم الشخصية
- يجب أن تحتوي الخطة على إرشادات واقتراحات واضحة لتوجيه مختلف الأنشطة التي يقوم بها التلاميذ فردياً أو بشكل جماعات.
- أن يتراوح التقديم للحصة ما بين (2-5 دقائق)

نماذج مقترحة لخطط دراسية في الرياضيات:

الخطة اليومية في مبحث الرياضيات للصف الرابع الفصل الأول لدرس : المستقيمات المتوازية

المبحث : رياضيات الدرس : المستقيمات المتوازية عدد الحصص : حصتين الصف : الرابع الفترة الزمنية :

من 30/ 12 إلي 31/ 12

الخبرات المنتمية : – رسم المستقيمات . – معرفة أنواع الزوايا . – رسم مستقيمات متعامدة .

المصادر والوسائل : الكتاب المدرسي ، كراسات التلاميذ ، المساطر ، المثلث القائم الزاوية .

الأهداف	خطوات التنفيذ	التقويم	ملاحظات
أن يتعرف الطلاب مفهوم المستقيمين المتوازيين (عدم التقاطع)	- اطلب من الطلاب الإشارة إلي مستقيمات غير متقاطعة في غرفة الصف . - أقوم برسم خطوط مستقيمة علي السبورة منها متعامدة ومتقاطعة ومتوازية . - اطلب من الطلاب أن يحددوا الخطوط المتعامدة من غيرها . أ ب ج	بين نوع كل من المستقيمات الآتية : أ ب ج	ملاحظة التفاعل الصفي .

أن يعطي الطلاب أمثلة علي خطوط متوازية	- ما قياس الزاوية التي تنشأ من تعامد مستقيمين . - ماذا نسمي المستقيمين في الشكل أ ، اذكر أمثلة علي الخطوط المتوازية من غرفة الصف .		
أن يتعرف الطلاب علي كيفية رسم مستقيمين متوازيين باستخدام المسطرة والمثلث القائم .	- مثال : ارسم مستقيمين باستخدام المسطرة والمثلث القائم الزاوية . - نرسم المستقيم أ ب . - نثبت المثلث القائم بحيث ينطبق أحد ضلعي الزاوية القائمة علي المستقيم . - نثبت المسطرة لتلاصق الضلع الثاني للزاوية القائمة في المثلث . - نحرك المثلث بمحاذاة المسطرة بحيث تبقي ملاصقة له ويتخذ وضع جديد . - نرسم مستقيم جديد ج د بحيث ينطبق علي الوضع الأول للزاوية القائمة . - تكتب ج د // أ ب وتقرأ ج د توازي أ ب .	ارسم المستقيمين س ص ، ل ع المتوازيين .	ضرورة تدريب الطلاب علي الرسم باستخدام أدوات الهندسة بدقة وإتقان .
أن يميز الطلاب المستقيمات المتوازية من مجموعة من المستقيمات .	مثال : ضع إشارة √ أمام المستقيمات المتوازية أ–( ) ب–( ) ج – ( ) د – ( )	حدد المستقيمات المتوازية في الشكل : أ ب ج د	ملاحظة مدى صحة الإجابات .

قائمة المراجع

أولاً : المراجع العربية

- إبراهيم ، مجدي عزيز (1997). مهارات التدريس الفعال، ط1 ، القاهرة :مكتبة الجلو المصرية .
- أبو زينة ، فريد (1982). الرياضيات مناهجها وأصول تدريسها، ط1 ، عمان :دار الفرقان
- أبو زينة ، فريد(1994). الرياضيات مناهجها وأصول تدريسها، ط2.عمان : دار الفرقان للنشر والتوزيع.
- أبو زينة، فريد (2003). مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها، ط4، عمان : مكتبة الفلاح، الأردن
- أبو سل، محمد (1999): مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها ، ط1، دار الفرقان للنشر والتوزيع، عمان.
- بطرس، بطرس (2004). تنمية المفاهيم والمهارات العلمية لاطفال ما قبل المدرسة، ط1، عمان، دار الميسرة للنشر والتوزيع.
- بلقيس ، أحمد ومرعي ، توفيق (1984) .الميسر في علم النفس التربوي .الأردن : دار الفرقان .

حمدان، فتحي (2005). أساليب تدريس الرياضيات، ط1، عمان، الاردن، دار وائل للنشر والتوزيع.

- جامعة القدس المفتوحة (2008). أساليب تدريس الرياضيات ، غزة
- جزاع ، عبد الله وجاسم ، صالح (1986) . دراسة لتحديد المفاهيم العلمية للعلوم ومدى قياسها لمراحل التعليم العام بالكويت ،الجلة التربوية ، المجلد (3) ، العدد (11)
- خليفة ، خليفة عبد السميع (1994) . تدريس الرياضيات في المدرسة الثانوية . ط3. القاهرة : مكتبة النهضة المصرية .
- دحلان ، حاتم(1998). مستوى المفاهيم العلمية الأساسية لدى طلبة الصف الثامن في محافظات غزة ، رسالة ماجستير غير منشورة ، جامعة الأزهر :بغزة
- درويش ،عطا (1997). أسس التعليم وأساليبه. ط2. غزة :مطبعة الرنتيسي .

- دياب، سهيل (2000). تعلم مهارات التفكير وتعلمها في الرياضيات لطلبة المرحلة الابتدائية العليا ،غزة : دار المنارة .
- زيتون ،عايش (1994) . أساليب تدريس العلوم .عمان : دار الشروق للنشر والتوزيع.
- سعادة ، جودت و اليوسف ، جمال (1988) . تدريس مفاهيم اللغة العربية والرياضيات والعلوم والمواد الإجتماعية . ط1 . بيروت : دار الجيل.
- سعادة، جودت (2001). صياغة الاهداف التربوية والتعليمية في جميع المواد الدراسية، ط1، عمان، الاردن، دار الشروق للنشر والتوزيع.
- شوق ، محمود(1997). الاتجاهات الحديثة في تدريس الرياضيات، ط3،الرياض:دار المريخ.
- السلطاني، عبد المحسن (2002). أساليب تدريس الرياضيات، ط 1، عمان : دار الوراق.
- السنكري ، بدر (2003). أثر نموذج هايل في تنمية مهارات التفكير الهندسي والاحتفاظ بها لدى طلاب الصف التاسع الأساسي بغزة ، رسالة ماجستير ، كلية التربية : الجامعة الإسلامية .
- الشارف ، أحمد العريفي (1997) . المدخل لتدريس الرياضيات . ليبيا :جامعة السابع من إبريل (الجامعة المفتوحة).
- الصادق ، إسماعيل (2001). طرق تدريس الرياضيات نظريات وتطبيقات ، ط1 ، دار الفكر العربي : القاهرة ، مصر.
- عبد الهادي، نبيل وعبد السلام، حمادة وأبو الرب، يوسف (2002). أساليب تدريس الرياضيات والعلوم، عمان: دار صفاء للنشر والتوزيع، الأردن.
- عبيد، وليم (1998).رياضيات مجتمعية لمواجهة تحديات المستقبلية ، مجلة تربويات رياضيات ، كلية التربية: جامعة الزقازيق، المجلد (1).

عبيد، وليم (2004). تعليم الرياضيات لجميع الاطفال، ط1، عمان، الاردن، دار الميسرة للنشر والتوزيع.

- عقيلان، إبراهيم (2000). مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها، عمان: دار المسيرة للنشر والتوزيع، الأردن.

- عقيلان، إبراهيم (2002): مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها ، ط1 ، دار المسيرة للنشر والتوزيع : عمان.
- عليان ، هشام و آخرون (1987). المحص في علم النفس التربوي .ط 2 . الأردن : جمعية عمال المطابع التعاونية.
- عودة ، رحمة (2000). أثر تدريس برنامج مقترح في الهندسة على تنمية التفكير الإبداعي لدى طلبة الصف الثامن الأساسي بمحافظة غزة" ، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية ، جامعة عين شمس.
- المفتي، محمد (1995). قراءات في تعليم الرياضيات، القاهرة: مكتبة الانجلو المصرية.
- كاظم ، معصومة وآخرون (1970): "أساسيات تدريس الرياضيات الحديثة"ط 2، القاهرة:دار المعارف المصرية .
- موسى ، فؤاد(2005): "الرياضيات بنيتها المعرفية واستراتيجيات تدريسها" ط 1، طنطا:دار الإسراء.
- منتديات ملتقى العرب (2005). اوائل في الرياضيات، ماخوذ من الشبكة العنكبوتية **www.arabmeet.com/vb**
- النمر ، عصام (1986) .المختصر في علم النفس التربوي . ط 2 . الأردن : جمعية عمال المطابع التعاونية .
- ناصر، ابراهيم (1999). اسس التربية. ط5، عمان، الاردن، دار عمان للنشر والتوزيع.
- نشواتي ، عبد المجيد (1998) . علم النفس التربوي . ط9 . الأردن : دار الفرقان.
- نزال، شكري (2000). الوجيز في التربية والعملية التعلمية والتعليمية، ط3، عمان، الاردن، دار البشير للنشر والتوزيع.
- نصر ، رضا وآخرون (1996) . تعليم العلوم والرياضيات للأطفال . ط2. عمان: دار الفكر .

الوكيل، حلمي والمفتي، محمد (1998). المناهج: المفهوم، العناصر، الاسس، التنظيمات، التطوير، ط3، مصر، مكتبة الانجلو المصرية.

- الهويدي، زيد (2006). أساليب وإستراتيجيات تدريس الرياضيات، ط1، العين: دار الكتاب الجامعي، الإمارات.

ثانياً: المراجع الأجنبية

- Getery, P.J, Thomas, J.B (1979). International Dictionary of education, Billing Sons LTD, London. P.8
- P.J. Hills (1982). "Dictionary of Education", Routledge & Kegan Pauls, London Boston.
- Nelson, Jack & Michaelis, John (1980). Secondary Social Studies Instruction, Curriculum, Education, Eng.Lew. Cliffs, U.S.A.
- Hellman, G. (2003). Does category Theory provide a framework for mathematical structuralism? Philosophia Mathematica (3), 11, 129-157 .

1 5 % 0 8

8 MATHEMATICS = 3

أساليب تدريس الرياضيات







عمان - وسط البلد - شارع الملك حسين
هاتف: 4626626 6 962+ تلفاكس: 4185 461 6 962+
ص.ب: 520646 الرمز البريدي: 11152
www.yazori.com info@yazori.com